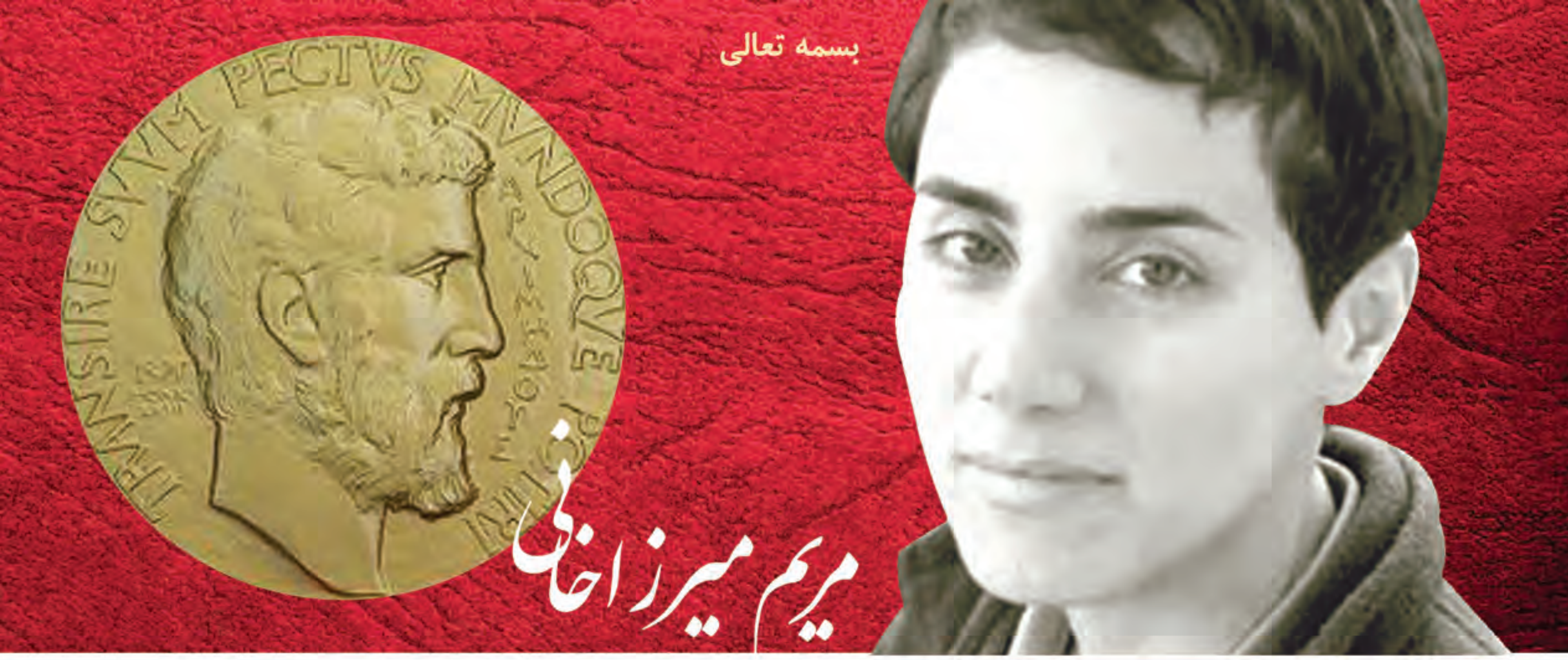
اخبار

IPM
پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

سال بیست و یکم، شمارهٔ ۲، تابستان ۹۳، شمارهٔ پیاپی ۷۳

بسمه تعالی



مریم میرزاخانی

امسال برای اولین بار در تاریخ ۷۸ سالهٔ مدال فیلدز نام یک ریاضیدان زن جزو برندگان این مدال قرار گرفت که یک بانوی ایرانی است: مریم میرزاخانی استاد ریاضیات در دانشگاه استانفورد آمریکا. این نشان در مراسم افتتاحیهٔ کنگرهٔ بین‌المللی ریاضیدانان که هر چهار سال یک بار در نقطه‌ای از جهان برگزار می‌شود به ۲ تا ۴ ریاضیدان برجستهٔ زیر چهل سال تعلق می‌گیرد. کنگرهٔ امسال (۲۰۱۴) در شهر سئول پایتخت کرهٔ‌جنوبی تشکیل شده بود. در میان انواع جوایزی که به دستاوردهای درخشان ریاضی داده می‌شود، نشان فیلدز معتبرترین جایزهٔ جهانی ریاضی به‌شمار می‌آید. از سال ۱۹۳۶ تاکنون ۵۷ مدال فیلدز (به طور متوسط، کمتر از یک مدال در سال) داده شده و پیداست که کار یک ریاضیدان باید در چه سطح بالایی از اهمیت باشد که در میان دستاورد ده‌هازار پژوهشگر ریاضی در سراسر جهان در صدر بنشیند و شایستهٔ دریافت این نشان شناخته شود.

در گزارش اتحادیهٔ بین‌المللی ریاضی (IMU) دربارهٔ کار میرزاخانی که همزمان با برگزاری کنگرهٔ بین‌المللی ریاضیدانان در وبگاه اتحادیه قرار گرفت و بعداً در رسانه‌های مختلف نقل شد، پژوهش‌های او چنین جمع‌بندی شده است.

مریم میرزاخانی دستاوردهای چشمگیر و فوق‌العاده اصیلی در هندسه و سیستم‌های دینامیکی داشته است. نتایج تحقیقات او در رویه‌های ریمان و فضاهای پرمایش آنها چندین شاخهٔ ریاضیات ــ هندسهٔ هذلولوی، آنالیز مختلط، توپولوژی، و دینامیک ــ را به هم پیوند می‌زند و بر همهٔ آنها تأثیر خواهد گذاشت. او به خاطر کارهای اولیه‌اش در هندسهٔ هذلولوی شهرت گسترده‌ای به دست آورد و جدیدترین کارش پیشرفت عمده‌ای در نظریهٔ سیستم‌های دینامیکی به‌شمار می‌آید.

این اتحادیه در آخرین پاراگراف این گزارش با تجلیل از **شهود هندسی نیرومند** میرزاخانی، او را **مسلط بر مجموعهٔ بسیار متنوعی از تکنیک‌ها و فرهنگ مباحث گوناگون ریاضی، مجسم‌کنندهٔ ترکیب نادری از توانایی تکنیکی در سطح عالی، بلند پروازی جسورانه و بینش بسیار گسترده** دانسته و ابراز اطمینان کرده است که وی در آینده یکی از **رهبران اکتشافات** در قلمرو هندسهٔ رویه‌های ریمان خواهد بود.

مریم میرزاخانی متولد ۱۳ اردیبهشت ۱۳۵۶ در تهران است. وی دورهٔ متوسطه را در دبیرستان فرزانگان تهران (وابسته به سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان) گذراند و در همین دوره دو بار برندهٔ مدال طلای المپیاد بین‌المللی ریاضی شد، یک بار در سال ۱۳۷۳ در هنگ‌کنگ و بار دیگر در ۱۳۷۴ در تورنتوی کانادا. او نخستین دختر ایرانی بود که در المپیاد بین‌المللی ریاضی شرکت کرد.

میرزاخانی دورهٔ کارشناسی ریاضی را در دانشگاه صنعتی شریف گذراند و سپس برای ادامهٔ تحصیل به دانشگاه هاروارد آمریکا رفت. در آنجا رسالهٔ دکتری خود را زیر نظر کرتیس مک‌مولنَ (Curtis Mc-Mullen) ریاضیدان معروف آمریکایی و برندهٔ مدال فیلدز ۱۹۹۸ به انجام رساند. این رساله، که سه مقالهٔ مهم میرزاخانی از آن استخراج شده، کاری است کارستان در هندسهٔ رویه‌های ریمان، و باعث شهرت او در محافل ریاضی دنیا در همان اوائل کارش شد. در سال ۲۰۰۴ بورس چهار سالهٔ مؤسسهٔ ریاضی کلی (Clay) به او تعلق گرفت و در این چهار سال، استادیار دانشگاه پرینستون بود. از سال ۲۰۰۸ به عنوان استاد ریاضیات در دانشگاه استانفورد مشغول به کار شده است.

افتخارات و جوایزی که مریم میرزاخانی کسب کرده شامل موارد مهم دیگری نیز هست. او امسال سخنران عمومی (plenary speaker) مدعو در کنگرهٔ بین‌المللی ریاضیدانان بود، افتخاری که در هر کنگره نصیب کمتر از ۲۰ ریاضیدان از سراسر جهان می‌شود که هر یک در حوزهٔ خاص خود از شاخص‌ترین چهره‌ها باشند. در کنگرهٔ قبلی (۲۰۱۰) نیز سخنرانِ تخصصی مدعو در زمینهٔ «توپولوژی و سیستم‌های دینامیکی و معادلات دیفرانسیلی معمولی» بود. همین امسال (۲۰۱۴) جایزهٔ پژوهشی مؤسسهٔ ریاضی کلی را دریافت کرد. پارسال برندهٔ جایزهٔ سَتر (Ruth Lytlle Satter) از انجمن ریاضی آمریکا (AMS) و در سال ۲۰۰۹ برندهٔ جایزهٔ بلومنتال از این انجمن شد.

امیدواریم همهٔ اینها سرآغاز راه این ریاضیدان شایسته به سوی موفقیت‌های بیشتر باشد. این شمارهٔ *اخبار* حاوی ویژه‌نامه‌ای دربارهٔ پژوهش‌های میرزاخانی است. ■

تغییر در مدیریت پژوهشکدهٔ فیزیک

از اول مهرماه ۱۳۹۳، با خاتمهٔ دورهٔ ریاست دکتر رضا عسگری بر پژوهشکدهٔ فیزیک، دکتر محمدمهدی شیخ‌جباری تصدی این سمت را به عهده می‌گیرد. سمت مدیریتیِ جدید دکتر عسگری، «مجری طرح آزمایشگاه ملی فیزیک مادهٔ چگال» است. این هر دو نفر از اعضای خانوادهٔ آی‌پی‌ام و از پژوهشگران فعال پژوهشکدهٔ فیزیک‌اند. به مناسبت این تغییر و تحول، روز ۳۱ شهریورماه مراسمی در ساختمان فرمانیهٔ پژوهشگاه با شرکت رئیس و جمعی از پیشکسوتان و مدیران و اعضای هیئت علمی پژوهشگاه برگزار شد. متن سخنرانی‌های این مراسم، با اندکی تلخیص، در اینجا می‌آید.

سخنان رئیس پژوهشگاه

خوشامد می‌گویم به همه عزیزانمان و خدا را شاکر هستم که در این جمع توفیق حضور دارم. قرار نیست که در اینجا سخنرانی مفصلی ایراد کنم و فقط می‌خواهم در این فرصت بعضی موارد تجربهٔ خودم را برایتان بازگو کنم. من همیشه به آی‌پی‌ام به عنوان یک تجربه نگاه کرده‌ام، یعنی همیشه می‌خواهیم بدانیم در جهت هدفی که به دنبال آن هستیم تا کجا پیش رفته‌ایم و آینده چگونه خواهد شد. خلاصه، این یک داستان جاری است و نه یک چیزِ نهایی شده. طی ۲۵ سال آی‌پی‌ام به عنوان یک مؤسسهٔ موفق در سطح ملی ظاهر شده است یعنی تقریباً تنها مؤسسه‌ای است که همهٔ تشکیلات حکومت ازآن برای پیشبرد علوم پایه توقع و انتظار دارند. این یک انتظار ملی از آی‌پی‌ام و به عبارت دیگر، حیثیتی ملی است که ما به دست آورده‌ایم. حیثیت را بعضی وقت‌ها از بالا می‌دهند که چندان مقبول نیست؛ حیثیتی که از پایین به دست می‌آید اهمیت دارد. آی‌پی‌ام همیشه به دنبال این بوده است که هر دانشمندی که بخواهد کار علمی انجام دهد درهای این مؤسسه به روی او باز باشد. ما از این جهت تجربهٔ مثبتی داریم. در خیلی از مؤسسات علمی تعصبات منفی و محلی جلوی انجام خیلی از کارهای علمی را می‌گیرد، مثلاً تعصب در این مورد که شخصی را که متعلق به مؤسسه یا دانشگاه دیگری است به کار نگیرند؛ ولی ما این روحیه را نداریم و نباید داشته باشیم. آی‌پی‌ام باید از هر دانشمندی که می‌خواهد کار علمی انجام دهد، از هر دانشگاهی که باشد، استقبال کند و این یکی از مبانی تشکیل این پژوهشگاه بوده است. در حوزهٔ مدیریت‌های علمی هم همین‌طور بوده است. در این زمینه هم محدودیتی قائل نشده‌ایم و در میان مدیران علمی ما اشخاصی از هیئت علمی مؤسسات دیگر هستند. همین آقای دکتر سربازی که مقابل من نشسته، دکتر پورمهدیان، دکتر ارفعی، دکتر رفیعی‌تبار، دکتر پزشک، و دکتر منصوری ازجملهٔ این مدیران هستند. در عین حال، ما دو تجربهٔ دیگر هم ما آغاز کرده‌ایم که یکی از آنها انتخاب افرادی برای عضویت در هیئت علمی آی‌پی‌ام است که این تجربه از ۱۰-۱۵ سال پیش آغاز شده با این ایده که لنگرهایی در داخل پژوهشگاه داشته باشیم که آیندهٔ آی‌پی‌ام را به تدریج شکل بدهند و اتفاقاً دانشمندان خوبی در حوزه‌های مختلف جزو هیئت علمی آی‌پی‌ام شده‌اند ولی این معنایش این نیست که درهای اینجا را به روی دیگر دانشمندان ایران بسته‌ایم بلکه تجربه‌ای است در کنار تجربیات قبلی. تجربهٔ دیگر، انتخاب بعضی از مدیران از میان علمایی است که عضو هیئت علمی پژوهشگاه هستند. مدیریت، باری است که آی‌پی‌ام بر دوش بعضی از دانشمندان می‌گذارد. در واقع، مسئولیتی است که علی‌الاصول پژوهشگاه از آن نفع می‌برد، و برای دانشمندان خودمان هم تجربهٔ بدی نیست، اگر چه به حیثیت علمی‌شان ممکن است چندان دخلی نداشته باشد. اعتبار آنها در پژوهشگاه به عنوان دانشمند، ثابت و محفوظ است اما مدیریت در واقع یک حوزهٔ کاملاً جدا از علم است. عالَم علم در واقع عالَم حقیقت محض است، و آنچه حق است باید راحت گفته بشود و مسئله‌ای ندارد. ولی عالَم مدیریت، عالَم مصلحت است یعنی مدیر باید توجه کند که چه چیزی ما را به هدفمان نزدیک می‌کند. معمولاً انتخاب‌های مختلفی ــ که گاهی چندان مطلوب و مطبوع نیستند ــ در برابرش قرار دارد و مدیر باید تصمیم بگیرد و تعامل‌های مختلفی را برقرار کند. به هر حال ادارهٔ پژوهشکده‌های ما توسط علمای خودمان تجربهٔ خوبی است که حاصلش دارایی و دستاورد خوبی برای آی‌پی‌ام است. الان دکتر خسروشاهی در پژوهشکدهٔ نجوم، دکتر عسگری در پژوهشکدهٔ فیزیک،

رضا عسگری در حال دریافت لوح تقدیر

و دکتر وحید دستجردی در پژوهشکدهٔ فلسفه از این مدیران هستند.

خُب، حالا دورهٔ مدیریت دکتر عسکری در پژوهشکدهٔ فیزیک تمام شده و با مشورت خودش و دوستان دیگر دکتر شیخ جباری را به عنوان رئیس جدید پژوهشکده انتخاب کرده‌ایم. البته این را بگویم که رسم ما در آی‌پی‌ام این است که هیچ چیز یک‌شبه عوض نمی‌شود و کودتایی نیست. ساعت‌ها در مورد آن صحبت می‌کنیم و خبرش را همه می‌دانند و من هم اعلام می‌کنم و بعد به تدریج انجام می‌شود. من در ۲۵ سال گذشته فقط در یک مورد به صورت شبانه تصمیم گرفتم. برادری را از هیئت علمی دانشگاه تهران در حوزهٔ علوم به عنوان مدیر اجرائی انتخاب کردم ولی عصر همان روز آمدم و دیدم که می‌گوید همهٔ علما در آستین من هستند و باید همه بیایند اتاق من و از من اجازه بگیرند. همان موقع عزلش کردم چون این دقیقاً خلاف چیزی بود که ما انتظار داشتیم و این تنها موردی است که من شبانه تصمیم گرفتم و در بقیهٔ موارد، تغییرات همیشه تدریجی و با بحث و مشورت بوده است.

دکتر عسگری هم دانشمند پر تحرک و جوان و با استعداد و موفقی است و هم به نظر من مدیریتش بسیار خوب بوده و برای مقاصد آی‌پی‌ام و پژوهشکده تلاش زیادی کرده است. البته در خیلی موارد، کمبودهایی که پژوهشگاه داشت به حساب دکتر عسگری نوشته می‌شد ولی ایشان زحمتش را کشید و چوبش را هم خورد. روی‌هم‌رفته، دو دوره مدیریت موفق داشت و این مؤید آن بحث من است که دانشمندانی که جزء هیئت علمی آی‌پی‌ام هستند، اگر صبر و حوصله داشته باشند و مسئولیت مدیریت را به عهده بگیرند، تجربهٔ خوبی خواهند داشت. ولی باز هم می‌گویم که علمای ما در وهلهٔ اول به عنوان عالم برای ما مطرح‌اند نه به عنوان مدیر. من از دکتر عسگری خواستم تا پروژهٔ آزمایشگاه مادهٔ چگال را تدوین کند. این پروژه تنها پروژه‌ای در نقشهٔ جامعهٔ علمی کشور است که معنای مشخص دارد. بقیهٔ این نقشه خیلی کلی است. مراحل بعدی آن را انشاءالله به تدریج انجام می‌دهیم. این پروژه، یک پروژهٔ بزرگ ملی است. وقتی می‌گویم پروژهٔ ملی، دکتر منصوری زیاد خوشحال نمی‌شود ولی من می‌خواهم به ایشان بگویم شما نگران نباش. در کشور ما اگر مطلقاً گفتند «نه»، شما اصلاً ناراحت نشوید چون همیشه امکان دارد در داخل آن «بله» باشد و اگر هم گفتند حتماً کار را پیش می‌بریم و خیلی کمک می‌کنیم زیاد خوشحال نشوید. ما به این جور ابهام‌ها عادت کرده‌ایم. اخیراً دیدم که کام دکتر منصوری از عدم پیشرفت پروژهٔ رصدخانه تلخ شده، طبیعی است چون بیش از همهٔ ما دلسوز رصدخانه است، عمرش را روی این کار گذاشته است. منتها می‌خواهم بگویم دلتان بسوزد ولی نگران نباشید. این پروژهٔ ملی هم انشاالله شروع می‌شود و روزی افتتاح این پروژه را اینجا جشن می‌گیریم.

خیلی خوشحال هستم که دکتر شیخ جباری پیشنهاد من را برای مدیریت پژوهشکدهٔ فیزیک پذیرفت و علی‌رغم اینکه میل چندانی به این کار نداشت، به اصرار من قبول کرد که برای دور دوم مدیریت پژوهشکده را بر عهده بگیرد. خُب، دکتر شیخ‌جباری را همه می‌شناسید. یکی از دانشمندان موفق آی‌پی‌ام در پژوهشکدهٔ فیزیک است. حیثیت علمی بالایی در نظر ما دارد و ما او را به عنوان یک دانشمند بزرگ آی‌پی‌ام می‌شناسیم. همه دوستش داریم و از هر جهت هم برایش آرزوی توفیق داریم. یکی از دلایلی که من به شیخ‌جباری پیشنهاد مدیریت کردم این است که دنبال تجربه‌های جدیدی در مدیریت علمی هستم. مدیریت واحدهای علمی در کشور ما خیلی اداری است و این خیلی بد است. رابطهٔ مدیر پژوهشکده با علما و نوع تصمیم‌سازی‌اش باید کاملاً با یک اداره فرق داشته باشد.

من واقعاً به نسل جدیدمان اعتقاد دارم و فکر می‌کنم اینها هستند که باید نوآوری کنند و ما پیرها زیر بغل آنها را بگیریم. دکتر شیخ‌جباری چند ویژگی دارد که من چون از نزدیک با او کار کرده‌ام شاید بیشتر از شماها از آنها اطلاع داشته باشم. یکی اینکه اگر مسئولیتی را به عهده بگیرد با تمام وجود آن مسئولیت را پی‌گیری می‌کند و به طور کامل پایش می‌ایستد و این به نظر من خیلی روحیهٔ خوبی است. البته من گاهی نگران می‌شوم که زیاد وقتش را می‌گیرد. به عهده گرفتن این مسئولیت‌ها به نفع آی‌پی‌ام است هر چند ممکن است به ضرر خود دانشمندان باشد. نکتهٔ دیگر در مورد شیخ‌جباری این است که برای شوراهای علمی آی‌پی‌ام همیشه اهمیت قائل بوده است. یکی از دعواهایی که قبلاً داشت این بود که به مصوبه‌ای که در شورا تصویب شده باید احترام بگذاریم. طبیعتاً شورای علمی هر پژوهشکده، بازوی خیلی خوبی است برای تصمیم‌سازی. تصمیم‌گیری با تصمیم‌سازی در مدیریت خیلی فرق دارد. در تصمیم‌گیری آدم خودش تصمیم می‌گیرد ولی این تصمیم‌سازی است که هنرمندی می‌خواهد، یعنی اینکه جمعی با هم به یک تصمیم برسند. یکی از اشکالات احمدی‌نژاد این بود که حتی تصمیمات خوبش را هم نمی‌ساخت. این را من در دورهٔ اول ریاست جمهوری‌اش به او گفتم، و چون تصمیم نمی‌ساخت، تصمیم‌های خوبش هم بد به نتیجه می‌رسید. دکتر شیخ‌جباری این‌جوری نیست و قائل هست به حیثیت شورای

علمی، ولی نظرش را صریح می‌گوید. شما نظرش را در مورد خودتان از نقدهایش استنباط نکنید. به همه نظر لطف دارد و همه را دوست دارد منتها زبانش زبان خیلی صریحی است، دیپلماتیک نیست، ولی احترام زیادی برای همه قائل است. مثلاً در موردی که در صدور حکم هیئت علمی برای فلان کس تأخیر شده بود، شیخ‌جباری حداقل شش بار به من زنگ زد که حکم او چرا تأخیر شده، مسئولیتی هم نداشت، فقط دلسوزی داشت. نکتهٔ دیگری که در ژانرِ مدیریتی شیخ‌جباری شاخص است مستندسازی است. گاهی که نزد من می‌آید همهٔ چیزهایی را که می‌خواهد بگوید مستند کرده است. یعنی آدم دقیقاً می‌داند چه می‌خواهد بگوید و دنبال چی می‌گردد. تصمیم‌هایش هم همیشه مکتوب است. ما در آی‌پی‌ام در مورد مستندسازی نقص داریم. کسی که این نقص را قبل از همه برملاکرد دکتر خسروشاهی بود. خودش تحرکی را شروع کرد و مستندسازیِ خیلی چیزهای تاریخی آی‌پی‌ام را مدیون زحمات ایشان هستیم. خوش‌سلیقه هم هست، وسواس هم دارد. در قسمت مالی‌ـاداری، یکی از چیزهایی که من از مهندس بهزادی خواسته‌ام ارائهٔ اسناد دقیق است. این کار را ایشان شروع کرده و توفیقات خوبی هم کسب کرده است. در ژانرِ مدیریتیِ شیخ‌جباری مستندسازی نقش مهمی دارد. حالا چرا من دنبال مستندسازی هستم؟ ما می‌خواهیم تجربه‌های خود را در هر مرحله‌ای ثبت کنیم و بعداً روی آن بحث کنیم و اگر لازم دیدیم تغییرش بدهیم و اصلاحش کنیم. تا به حال چندین بار از شیخ‌جباری خواسته‌ام که آیین‌نامهٔ خاصی را تهیه کند و انصافاً با خوش‌سلیقگی و با دقت و وسواس بسیار زیادی این کار را کرده است و من و دکتر علیشاهیها به این نتیجه رسیدیم که در تهیهٔ یک آیین‌نامه برای یک چارچوب کاری، اولین مشاور ما دکتر شیخ‌جباری باشد. من این نقص را دارم که آیین‌نامه‌ها را غالباً فرهنگی دنبال می‌کنم یعنی به جای اینکه مضبوطش کنم تبدیلش می‌کنم به یک فرهنگ و بعد با استمرار به آن عمل می‌کنیم. ولی ما مقدار زیادی آیین‌نامه داریم که محتوای آنها تناقضات آشکاری دارد.

ویژگی دیگر شیخ‌جباری در این است که دوست دارد اعضای هیئت علمی آی‌پی‌ام حضور بیشتری در تصمیم‌گیری‌ها داشته باشند. به نظرم این ایدهٔ بسیار خوبی است حالا هیئت علمی آی‌پی‌ام دارد رو می‌آید، بدنهٔ نسبتاً خوبی در حال شکل‌گیری در شوراهای علمی پژوهشکده‌هاست، من با این استراتژی کاملاً موافقم، دوستان ما هم موافقت دارند. ولی معنایش نیست که ما یکباره خودمان را محدود کنیم و از علمای خوبی که در کشور هستند استفاده نکنیم. همان طور که اشاره کردم این پژوهشگاه اعتبار ملی دارد. ملی معنایش این است که هر عالِمی باید آی‌پی‌ام را پناهگاه خود بداند حالا چه جزو آی‌پی‌ام باشد چه نباشد، و اگر ایده‌های مدیریتی خوبی دارد مثل همه جای دنیا که آگهی می‌کنند و می‌گویند برای فلان پژوهشکده مثلاً مدیری برای ۴ سال می‌خواهیم، آی‌پی‌ام باید به جایی برسد که برای بعضی مدیریت‌هایمان بتوانیم آگهی کنیم حتی در خارج ازکشور. چه اشکالی دارد که یک استادی با سوابق خوب از آن طرف دنیا بیاید و بگوید من ۴ سال اینجا می‌مانم و این کار مدیریت را انجام می‌دهم، و به تدریج این باب برای ما باز بشود. اگر ما این حرف را ۲۰ سال پیش می‌زدیم هیچ کس داوطلب

محمدمهدی شیخ‌جباری و رئیس پژوهشگاه

نمی‌شد که بیاید ولی به تدریج داریم به جایی می‌رسیم که بتوانیم این را مطرح کنیم و افرادی علاقه‌مند باشند برای انجام این کار. دکتر شیخ‌جباری ضمن این که آدم قاطعی است ناز هم زیاد دارد و این طور نیست که هر سمتی را به راحتی قبول کند. ولی من هم نازکش حرفه‌ای هستم. عالِم برای ما اصل است. آی‌پی‌ام برای ما ساختمان نیست. این ساختمان را بعد از ۲۰ سال ما ساختیم. آی‌پی‌ام را دانشمندانش می‌سازند. من فکر می‌کنم این دورهٔ مدیریت شیخ‌جباری انتظاراتی را که گفتم تحقق می‌بخشد و ما با یک ژانر جدیدی از مدیریت با مستندات صحیح روبه‌رو خواهیم بود که تجربه‌ای برای این پژوهشگاه است و برای خودش هم سلامت و توفیق آرزو می‌کنم. می‌خواهم از ایشان خواهش کنم که زیاد جوش نزند ولی قاطعانه به کارش برسد. همین امروز به مهندس بهزادی گفتم شیخ جباری پی‌گیر کار است، شما هم قدم به قدم با او راه بیا و این پی‌گیری‌ها را پاسخ مثبت بده.

من مثل همهٔ شما و همهٔ مؤسسان آی‌پی‌ام برای پژوهشکدهٔ فیزیک که دپارتمان بزرگ و موفق ماست و همیشه پرچم‌دار نوآوری است آرزوی توفیق هر چه بیشتر دارم. البته معنایش این نیست که دپارتمان ریاضی در نظر من درجهٔ دو است. همیشه باید این را بگویم وگرنه خسروشاهی در جا یقهٔ مرا می‌گیرد.

دکتر خسروشاهی: راجع به خانم میرزاخانی هم بگویید. مملکت استقبال خوبی از موفقیت او نکرد.

البته راجع به خانم میرزاخانی قرار شده ما مراسمی داشته باشیم که در آن دربارهٔ دستاوردهای ایشان بحث بشود. ما به توفیقات علمی او افتخار می‌کنیم. این را می‌گذارم به عهدهٔ شما و دکتر پورمهدیان و دکتر افتخاری و دیگرانی که سازماندهی این مراسم را به عهده می‌گیرید. در این مورد کاری به مملکت نداشته باشیم. من برای ایشان پیام تبریک فرستادم ولی تعجب نکنید که دولتمردان به این مسئله توجهی نکرده‌اند. این دولت که تنها یک سال از

عمرش گذشته گرفتار انواع مشکلات ــ از هسته‌ای و غیرهسته‌ای ــ است. ما بیاییم در جامعهٔ علمی خودمان دربارهٔ کارهای میرزاخانی توضیح بدهیم؛ فقط تعریف و تمجید ژورنالیستی نکنیم. بلکه ریاضیدان‌هایی که در آی‌پی‌ام هستند کارهای علمی او را شرح بدهند، دربارهٔ اهمیت و سابقهٔ دستاوردهایش و خط علمی‌ای که ایشان شروع کرده و رویکردش که چرا موفق بوده توضیح بدهند.

در اینجا رئیس پژوهشگاه با اهدای لوحی به دکتر رضا عسگری از خدمات او در تصدی ریاست پژوهشکدهٔ فیزیک تقدیر کرد. ■

* * *

سخنان رضا عسگری

قبل از هر چیز تشکر می‌کنم از همهٔ کسانی که در این جمع حضور یافته‌اند. به خصوص باید از دکتر لاریجانی ریاست محترم پژوهشگاه تشکر کنم به خاطر تلاش مستمر ایشان برای ارتقاء بخش علمی پژوهشگاه. در مدت تصدی این مسئولیت، که حدود ۵ سال و ۹ ماه در خدمت شما بودم همیشه از راهنمایی‌ها و مشورت‌های سازندهٔ ایشان برخوردار بودم. چون رئیس پژوهشگاه مسئولیت جدید آزمایشگاه مادهٔ چگال را به من واگذار کرده جا دارد عرض کنم که بخش مطالعاتی این طرح کلان را انجام داده‌ایم. طرح بزرگی است که به فازهای مختلفی تقسیم شده و فاز اول را امیدواریم به سرعت شروع کنیم. اعضای شورای علمی این طرح مشخص شده‌اند.

امیدواریم در فاز دوم، ارتباط این آزمایشگاه و آزمایشگاه‌های بیرون از کشور را برقرار کنیم. مقدمات این کار را هم فراهم کرده‌ایم. می‌خواهیم یک نفر از پرسنل خودمان را به شهر منچستر بفرستیم تا نزد «آندره گایم» برندهٔ جایزهٔ نوبل فیزیک ۲۰۱۰، دورهٔ یک‌ساله‌ای ببیند و بعداً در آزمایشگاه ما کار کند. همین‌طور صحبت‌هایی با آزمایشگاه‌های معتبر دیگری شده مثلاً با مسئول انستیتوی CNR Nest ایتالیا، پروفسور ویکتوریا پرگلینی، که امیدوارم سال آینده به ایران بیاید و یک همکاری بین‌المللی بین آزمایشگاه‌های ما و بیرون از کشور شکل بگیرد. در این طرح از فیزیک‌دانان و همهٔ محققان نظری آی‌پی‌ام هم استفاده خواهیم کرد. امیدوارم در این مسئولیت هم بتوانم قدم مثبتی بردارم.

من از همهٔ واحدهای پژوهشگاه و مسئولانی که از فعالیت‌های علمی پژوهشکدهٔ فیزیک پشتیبانی می‌کنند تشکر می‌کنم به خصوص از دکتر علیشاهیها معاون پژوهشی و همکاران ایشان، از مهندس بهزادی و مدیران تابع ایشان به خاطر تعامل خوبی که در مدت تصدی من با هم داشتیم، از دکتر غلامرضا خسروشاهی و مرکز اطلاع‌رسانی که پژوهشکده مجبور است دائماً با این مرکز ارتباط داشته باشد و مزاحمت ایجاد می‌کند. از دکتر بهزادی و واحد کتابخانه، از مهندس شکوفنده و بخش شبکه و همکارانشان، از خانم ارفعی که مزاحمت ما برای ایشان و همکارانشان زیاد بوده است. و اما در ارتباط با بخش‌های داخلی پژوهشکده، بی‌شک اگر همکاری و همراهی صمیمانهٔ بخش اداری نباشد کارها جلو نخواهد رفت و من خیلی خوشحال هستم از همکاران بسیار خوبی که در این قسمت داریم و جا دارد از تک‌تک این افراد، به‌خصوص از خانم پیله‌رودی مدیر اجرائی پژوهشکده، خانم بابان‌زاده مسئول دفتر، خانم جم مسئول کامپیوتر، آقای علی‌آبادی در بخش کارپردازی، آقای زارعی و خانم باقری در بخش خدمات سپاسگزاری کنم. از دکتر شیخ جباری هم به خاطر قبول مسئولیت تشکر می‌کنم و برایشان آرزوی موفقیت دارم و امیدوارم با سابقه و تجربه‌ای که دارند، بتوانند جایگاه پژوهشکده را ارتقا بدهند. ■

* * *

سخنان محمدمهدی شیخ‌جباری

قبول مدیریت و کار اجرائی عموماً برای کار پژوهشی جدی که نیاز به تمرکز کامل و صرف وقت و نیروی فکری زیاد دارد دربردارندهٔ لطمات بالقوهٔ بسیار است. قطعاً مجموعهٔ پژوهشگاه و من نیز از این قاعده مستثنی نیستیم. برای یک دانشمند اندیشمند و محقق، کار اجرائی در وضعیت معمول و عادی یک مشغلهٔ بی‌لذت و ملال‌آور است. با توجه به پیشینه و فضای مجموعه، این مسئولیت برای من صفاتی دیگر نیز یافته است: مسئولیتی ملال‌آور، با اختیاراتی ناچیز و دردسرها و مخاطرات فراوان.

به هر حال، به دلایلی که در حوصله و موقعیت این محفل نیست من قبول مسئولیت کردم. به همان دلایل به‌رغم معمول چنین مجالسی، موقعیت و شرایط را برای صحبت در مورد ایده‌ها و طرح‌های مدیریتی خود مناسب نمی‌بینم. شایان ذکر است که پذیرش این مسئولیت در شرایط فعلی با عنایت به توانایی‌های کارمندان خدوم پژوهشکده به ویژه سرکار خانم پیله‌رودی بوده است.

پیشاپیش از مجموعهٔ مدیریت پژوهشگاه بابت تحمل احتمالی من در بین خودشان تشکر می‌کنم.

و البته در ناگفته‌ها دریایی مطلب نهفته است ...

توفیق روزافزون خود و شما عزیزان را آرزومندم. ■

ارزیابی پژوهش آکادمیک فلسفه در ایران در مقایسه با جهان

(ویراست دوم)

امیر صائمی *

۱. مقدمه

چندی پیش خبردار شدم که در پی انتشار خبر اعطای مدال فیلدز به خانم مریم میرزاخانی، همکاران من در پژوهشکدهٔ ریاضیاتِ پژوهشگاه دانش‌های بنیادی دست به انجام تحقیقی دربارهٔ وضعیت پژوهشی ریاضی در ایران زده‌اند. هدف این تحقیق، از جمله، بررسی این پرسش بوده که پیشرفت ریاضیات در ایران چه نسبتی با موفقیت چشمگیر یک ایرانی خارج از کشور دارد. همان موقع به نظرم رسید که جای چنین پژوهشی دربارهٔ وضعیت آکادمیک فلسفه در ایران خالی است. اما بررسی وضع آکادمیک فلسفه در ایران کار دشواری است. بخشی از دشواری از آنجا ناشی می‌شود که فعالیت فلسفی، خصوصاً در ایران، بسیار ناهمگن است. در حقیقت، فعالیت‌های متفاوت و گوناگونی در فضای دانشگاهی فلسفه در ایران انجام می‌گیرد، که برخی از آنها عبارت‌اند از:

ــ تدریس و آموزش فلسفه به دانشجویان،

ــ فلسفه‌ورزی در فضای عمومی که طیف مخاطبانش وسیع‌تر از جامعهٔ دانشگاهی فلسفه است و به تأمل دربارهٔ مسائل عمدتا بومی می‌پردازد،

ــ بسط و گسترش ایده‌های فلسفی از طریق ترجمه و نگارش متون مقدماتی،

ــ فلسفه‌ورزی در فضای سنت فلسفهٔ اسلامی،

ــ پژوهش آکادمیک دربارهٔ فلسفه غرب.

* پژوهشکدهٔ فلسفهٔ تحلیلی

در ارزیابی جامعِ وضعیت دانشگاهی فلسفه در ایران باید به همهٔ این موارد (و برخی دیگر که درفهرست بالا از قلم افتاده است) پرداخت. آشکار است که اجرای چنین پروژهٔ بزرگی به آسانی امکان‌پذیر نیست، و نیازمندِ در اختیار داشتنِ داده‌های آماری کافی و نیز معیارهای مناسبی برای تحلیل داده‌ها است. در اینجا، هدف من صرفا آن است که تصویری کلی از بخشی از این پروژه به دست دهم. در این پژوهش تنها این پرسش را مد نظر قرار می‌دهم که در دانشگاه‌های ایران وضعیت پژوهش آکادمیک دربارهٔ فلسفهٔ غرب، با توجه به معیارهای استاندارد آکادمیک چگونه است. فلسفهٔ غرب، آن‌گونه که من مراد می‌کنم، مشتمل است بر فلسفهٔ تحلیلی (شامل متافیزیک، فلسفهٔ اخلاق، معرفت شناسی، فلسفهٔ ذهن و زبان)، فلسفهٔ قاره‌ای، تاریخ فلسفهٔ غرب و فلسفهٔ علم[۱]. با توجه به گزارش پیش رو، به روشنی می‌توان دید که جامعهٔ دانشگاهی فلسفه در ایران دچار یک آسیب بسیار جدی است، که عبارت است از عدم انجام پژوهش آکادمیک متناسب با معیارهای جهانی در بدنهٔ دانشگاهی کشور. اینکه وضعیت جامعهٔ دانشگاهی فلسفه با توجه به معیارهای دیگر و در فعالیت‌های دیگری که بخشی از آن در بالا ذکر شد چگونه است، کاملاً خارج از محدوده و هدف این نوشتار است.

سنجش کیفیت پژوهش در یک رشته را معمولاً باید متخصصان همان رشته انجام دهند. برای رسیدن به این هدف، مجلاتی که اصطلاحاً پیر ریویو

۱) فلسفهٔ علم طبق استانداردهای جهانی بخشی از فلسفهٔ تحلیلی به‌شمار می‌رود. اما در ایران، فلسفهٔ علم به دلایلی، هویتی جداگانه یافته است. به همین دلیل در این تحقیق، فلسفهٔ علم به صورت مستقل در نمودارها بررسی می‌شود.

peer review؛ داوری به وسیلهٔ همتایان) خوانده می‌شوند، داوری مقالات را به عهدهٔ متخصصان آن رشته می‌سپارند. از این رو، یکی از قابل اعتمادترین معیارهای سنجش کیفیت آثار آکادمیک، انتشار آن آثار در نشریات پیر ریویو است. این معیار اکنون به معیاری جهانی در محیط آکادمیک تبدیل شده است. با این حال، با توجه به گستردگی مجلات پیر ریویو و کیفیت نازل برخی از آنها، به نظر می‌رسد صرف انتشار در مجلات پیر ریویو نیز نمی تواند معیار درستی برای ارزیابی کیفی پژوهش باشد. به همین دلیل، برخی مؤسسات معتبر بین‌المللی می‌کوشند تا با معیارهای گوناگونی مجلات پیر ریویو را رده‌بندی کنند. معیارِ انتشار در مجلات پیر ریویویِ باکیفیت شاخص مناسبی به دست می‌دهد تا بتوانیم دربارهٔ وضعیت پژوهشی فلسفه در ایران داوری کنیم، و آن را به طور کمّی با دیگر کشورها بسنجیم. البته گفتنی است که جز انتشار در مجلات پیر ریویویِ باکیفیت، می‌توان برای علم‌سنجی از معیارهای دیگری همانند انتشار کتاب‌های دانشگاهی باکیفیتِ که توسط متخصصان همان رشته داوری شده است، بهره گرفت. با این حال، به علت برخی محدودیت‌ها که در بخش بعد توضیح داده می‌شود، در این گزارش تنها به معیار انتشار در مجلات پیر ریویویِ باکیفیت می‌پردازیم. به نظر می‌سد که بررسی وضعیت پژوهش آکادمیک فلسفه در ایران با همین یک معیار هم می‌تواند تصویری کلی از وضعیت پژوهش آکادمیک ایران در فلسفهٔ غرب به دست دهد، و جایگاه پژوهش فلسفه در ایران را در مقایسه با منطقه و جهان مشخص کند.

۲. روش تحقیق

قدم اول برای انجام این ارزیابی، مشخص کردن مجلات پیر ریویویِ باکیفیت است. تخمین کیفیت مجلات علمی مسئلهٔ بسیار دشواری است که جواب ساده‌ای ندارد. موسسه‌هایی متفاوت با معیارهایی گوناگون به ارزیابی مجلات پیر ریویو می‌پردازند. برای مثال، گاهی برای ارزیابی این مجلات معیارهایی کمّی مانند ضریب تاثیر (impact factor) به کار می‌روند. اما بسیاری از متخصصان فلسفه بر این عقیده‌اند که با توجه به میزان کم ارجاعات به مقالات فلسفی (در مقایسه با دیگر علوم به‌ویژه علوم مهندسی) معیارهای کمّی برای ارزیابی مجلات فلسفی نمی توانند راهگشا باشند. از این رو، برخی موسسات و اشخاص به صورت کیفی به دسته بندی مجلات فلسفی پرداخته‌اند. در این گزارش، برای ارزیابی مجلات فلسفی، از ارزیابی کیفی ERIH (European Reference Index for the Humanities) که توسط بنیاد اروپایی علوم (European Science Foundation) انجام گرفته است استفاده می‌شود. ESF در دو نوبت در سال‌های ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ حدود ۳۰۰ مجلهٔ فلسفی (انگلیسی‌زبان، فرانسوی‌زبان و آلمانی‌زبان) را به صورت کیفی ارزیابی کرده است و آنها را در یکی از سه ردهٔ A، B، و C قرار داده است. حدود ۵۰ مجله در ردهٔ A، ۱۵۰ مجله در ردهٔ B، و ۱۴۰ مجله در ردهٔ C قرار دارند. ESF تهیه و نگهداری گزارش ERIH برای سال‌های پس از ۲۰۱۱ را به نهاد NSD (Norwegian Social Science Data Services) سپرده است. NSD هنوز گزارش تازهٔ ERIH را منتشر نکرده است. اما گزارش سال ۲۰۱۱ ERIH که مبنای این تحقیق است در وبگاه NSD قابل دسترس است [۱].

در این پژوهش، از میان پنجاه مجله‌ای که مطابق گزارش ERIH دارای رتبهٔ A هستند، ۲۵ مجله در صدر فهرست قرار می‌گیرند. این ۲۵ مجله، بر اساس نظرسنجی برایان لایتر (Brian Leiter) از فیلسوفان حرفه‌ای، برترین مجلات فلسفی به شمار می‌آیند. در پژوهش حاضر، از میان این ۲۵ مجله، به ۶ مجلهٔ نخست رتبهٔ کیفی **A، و به ۱۹ مجلهٔ بعدی رتبهٔ *A نسبت داده شده است. اکثر رده‌بندی‌های فلسفی در مورد ۲۵ مجلهٔ اول فلسفی همگرایی زیادی با فهرست لایتر دارند، و جزیکی دو اختلاف نام‌های یکسانی در فهرست‌های متفاوت به چشم می‌خورد. در مورد ۶ مجلهٔ اول فلسفی نیز تقریبا همهٔ رده‌بندی‌ها همداستان هستند، اگرچه در ترتیب میان این ۶ مجله اختلافاتی وجود دارد (نگاه کنید به [۲ و ۳ و ۴])[۲]. به ۲۵ مجله‌ای که بر اساس گزارش ERIH دارای رتبهٔ A هستند، ولی در فهرست لایتر حضور ندارند (یعنی ۲۵ تای دوم از رتبهٔ A)، همان رتبهٔ A نسبت داده شده است. همچنین رتبه‌های B و C مطابق گزارش ERIH منظور شده است.

در فهرست ERIH شماری مجله وجود دارند که ماهیت میان‌رشته‌ای دارند. برای مثال، در این فهرست شماری از مجلات منطق وجود دارند که عموما ریاضی‌دانان در آن مجلات مقالات خود را منتشر می‌کنند (برخی از ریاضی‌دانان تراز اول ایران هم در این مجلات مقاله منتشرکرده‌اند). از آنجا که تحقیق حاضر دربارهٔ وضعیت فلسفهٔ ایران است، مجلاتی که عمدتاً ماهیت ریاضی-منطقی دارند از فهرست مذکور حذف شده است. به دلیل مشابه، مجلاتی که پزشکان در آنها مقالات خود را (مثلاً دربارهٔ اخلاق پزشکی) منتشر می‌کنند از فهرست یادشده حذف شده است. از سوی دیگر، دو مجلهٔ مهم فلسفی بعد از سال ۲۰۱۲ شروع به انتشار کرده‌اند که طبعا نامشان نمی‌توانسته در فهرست سال ۲۰۱۱ این نهاد ذکر شود. این دو مجله عبارت‌اند از "International Journal for the Study of Skepticism" به سردبیری دانکن پریچارد (Duncan Prichard) و مجلهٔ "Thought" به سردبیری کریسپین رایت (Crispin Wright). رایت فیلسوفی بسیار برجسته و استاد دانشگاه نیویورک (NYU) است که بنابر گزارش PGR

۲) فهرست ۲۵ مجلهٔ برتر فلسفی که براساس نظرسنجی برایان لایتر تنظیم شده است:

A**: 1) Noûs; 2) Ethics; 3) Mind; 4) Journal of Philosophy; 5) Philosophy and Phenomenological Research; 6) The Philosophical Review;

A*: 7) Philosophical Studies; 8) Australasian Journal of Philosophy; 9) Philosopher's Imprint; 10) Analysis; 11) Philosophical Quarterly; 12) Philosophy & Public Affairs; 13) Philosophy of Science; 14) British Journal for the Philosophy of Science; 15) Synthese; 16) Proceedings of the Aristotelian Society; 17) Erkenntnis; 18) American Philosophical Quarterly; 19) Canadian Journal of Philosophy; 20) Journal of the History of Philosophy; 21) Journal of Philosophical Logic; 22) Mind & Language; 23) Pacific Philosophical Quarterly; 24) European Journal of Philosophy; 25) British Journal for the History of Philosophy.

(رده‌بندی کیفی دپارتمان‌های فلسفهٔ دانشگاه‌های آمریکا شمالی) بهترین دپارتمان فلسفه در جهان است. پریچارد نیز یکی از مطرح‌ترین معرفت‌شناسان جهان است. به اعتبار سردبیران این دو مجله، در این تحقیق به این دو مجله رتبهٔ کیفی B نسبت داده شده است. لازم به ذکر است که نگارنده هیچ مجلهٔ تازه تاسیس فلسفی دیگری نیافت که بعد از سال ۲۰۱۱ منتشر شده باشد و در آن مقاله‌ای از سوی مؤسسات ایرانی باشد و با معیار سردبیر (یا دیگر معیارهای معقول) بتوان آن را در میان ۲۰۰ مجلهٔ باکیفیت فلسفی قرار داد.

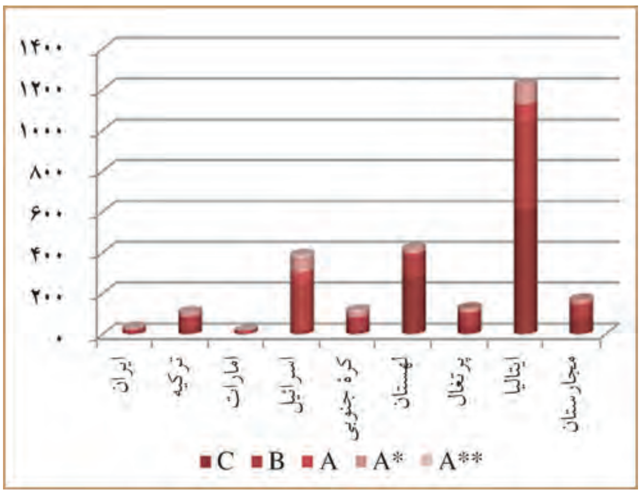
دشواری مهم دیگر این تحقیق آن بود که باید امکان جستجوی مقالات فلسفی بر حسب کشوری که مؤلف در آن مشغول به فعالیت آکادمیک است (یا به دانشگاه آن کشور وابستگی آکادمیک دارد) فراهم باشد. در میان پایگاه‌هایی که برای جستجوی مقالات فلسفی به کار می‌آیند (شامل Philpapers، Google Scholar، Philosopher's Index، Web of Science، و Scopus) تنها در دو پایگاه Web of Science و Scopus امکان جستجوی مقالات برحسب کشور وجود دارد. با توجه به گستردگی و انعطاف‌پذیری بیشتر پایگاه Scopus نسبت به Web of Science، این پایگاه برای جمع‌آوری داده انتخاب شد. البته باید توجه داشت که پایگاه Scopus هرچند یکی ازگسترده ترین پایگاه‌های موجود برای مقالات دانشگاهی است، هنوز در مورد مقالات فلسفی پایگاهی نوپاست و نمی توان آن را پایگاهی کامل دانست. از یک سو، برخی از مجلات فلسفی مهم در این پایگاه وجود ندارند و از سوی دیگر، آرشیو مقالات مجلاتی که عضو پایگاه هستند کامل نیست. کامل نبودن آرشیو زمانی بیشتر آشکار می‌شود که از پنج سال بیشتر عقب می‌رویم. همچنین این پایگاه نسبت به مجلات ردهٔ C کاستی بیشتری نسبت به مجلات ردهٔ A دارد. به علت برخی محدودیت‌های پایگاه برای یافتن مقالات پژوهشگران ایرانی، نگارنده علاوه بر استفاده از داده‌های پایگاه از پژوهشی میدانی نیز بهره گرفته است.[۳] این البته باعث بوجود آمدن نوعی سوگیری مثبت برای ایران در مقایسه با دیگر کشورهاست. با وجود این سوگیری مثبت نیز، چنانچه خواهیم دید وضعیت پژوهشی ایران در مقایسه با دیگر کشورهای منطقه و جهان در وضع نامناسبی است.

از محدودیت‌های دیگر این ارزیابی آن است که به دلیل برخی محدودیت‌های پایگاه Scopus در جستجوی کتاب، این ارزیابی شامل کتاب و یا فصل‌های کتاب منتشر شده در زبان‌های غیرفارسی نیست. در نتیجه، به هیچ عنوان مدعی کامل و بی‌نقص بودن این ارزیابی نیستم. با این‌حال، به نظر می‌رسد کاستی‌ها و محدودیت‌های پایگاه Scopus، سوگیری ناموجهی در نتایج ارزیابی پدید نمی‌آورد. برای مثال، دلیلی ندارد که گمان کنیم با به حساب آوردن کتاب‌هایِ باکیفیتِ منتشرشده در سطح بین‌المللی، نتایج ارزیابی حاضر به کلی متفاوت شود. از این رو، امید می‌رود که این پژوهش باتمام کاستی‌های آن نوری بر وضعیت نابسامان پژوهش فلسفه درکشور بتاباند، تا در پرتو آن بتوان به چاره‌اندیشی دربارهٔ وضعیت پژوهش فلسفه درکشور پرداخت.

۳. پژوهش فلسفه در ایران و جهان

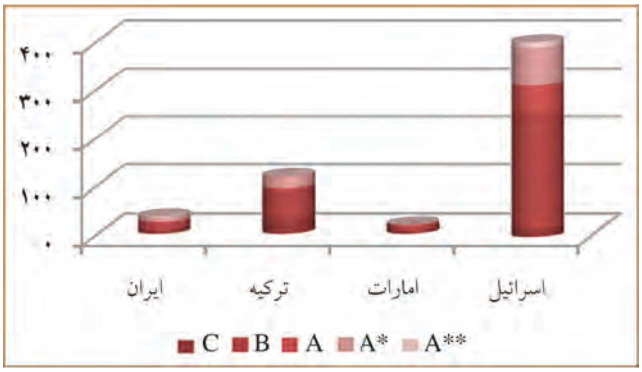
زبان بسیاری از مجلاتِ فلسفی باکیفیت، انگلیسی است. از این رو، کشورهای انگلیسی زبان نسبت به کشورهای غیرانگلیسی زبان مزیتی قابل‌توجه دارند. از این رو، شاید، مقایسهٔ وضعیت پژوهش فلسفه در ایران با کشورهای انگلیسی زبان تصویر نادرست و غیرمنصفانه‌ای از وضعیت ایران به دست دهد. لذا، برای به دست آوردن تصویری واقع‌بینانه‌تر، در این ارزیابی وضعیت پژوهش آکادمیک فلسفه در ایران با کشورهای غیرانگلیسی زبان مقایسه شده است. در میان کشورهای غیرانگلیسی زبان، در خاورمیانه کشورهای ترکیه و اسرائیل که از نظر بافت اقتصادی و جامعه‌شناسانه شباهت‌هایی با ایران دارند انتخاب شده‌اند. به دلیلی مشابه، در آسیای شرقی کشورکره‌جنوبی و در اروپای شرقی مجارستان و لهستان انتخاب شده‌اند. در میان کشورهای اروپای غربی، ایتالیا و پرتغال که اولی از حیث جمعیت کشوری قابل مقایسه با ایران، و دومی کشوری بسیار کوچک‌تر از ایران است انتخاب شده‌اند. در نهایت، مقایسهٔ وضعیت ایران با کشور همسایه، امارات متحده، که کشوری بسیار کوچک و رو به پیشرفت است آموزنده خواهد بود. در نمودار ۱ وضعیت پژوهش در ایران و کشورهای مذکور در سال‌های ۲۰۰۸-۲۰۱۴ مقایسه می‌شود. در نمودار ۲، پژوهش در ایران با سه کشور یادشده در خاورمیانه (یعنی ترکیه، امارات و اسرائیل) در همین بازه مقایسه می‌شود.

همچنان‌که در نمودار ۲ پیداست، اسرائیل و ترکیه فاصله‌ای قابل توجه با ایران دارند. وضعیت پژوهش فلسفه در ایران تنها با امارات متحده قابل مقایسه است. البته اگر این نکته را لحاظ کنیم که جمعیت ایران بیش از ۸ برابر جمعیت امارات متحده است، به این نتیجه می‌رسیم که وضعیت پژوهش در



نمودار ۱. وضعیت پژوهش فلسفه در ایران در مقایسه با چند کشور غیرانگلیسی زبان در سال‌های ۲۰۰۸ تا ۲۰۱۴

۳) ممکن است برخی مقالات از محققان ایرانی وجود داشته باشد که از قلم افتاده باشند. نگارنده از هرگونه اطلاعاتی دراین‌باره که بتواند باعث بهبود ویرایش‌های دیگر این گزارش شود استقبال می‌کند. فهرست مقالات پژوهشگران مشغول به کار در مؤسسات ایرانی در سایت شخصی نویسنده موجود است و مقالات تازه در آنجا قابل اضافه‌شدن است.
https : //sites.google.com/site/saemiamir/iranian_papers



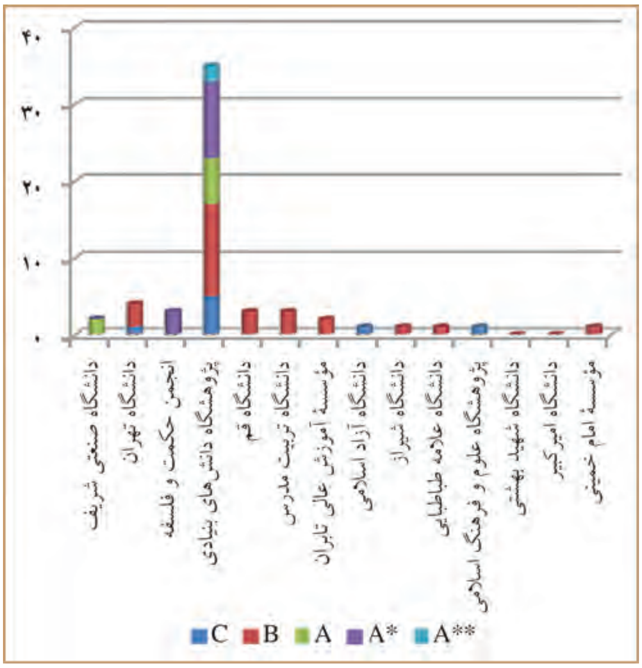
نمودار ۲. وضعیت پژوهش فلسفه در ایران در مقایسه با چند کشور خاورمیانه در سال‌های ۲۰۰۸ تا ۲۰۱۴

امارات، نسبت به جمعیت، در حد قابل توجهی از ایران بهتر است. البته باید به این نکته توجه داشت که انتشار مقالات فلسفی در امارات مرهون وجود یکی دو دانشگاه آمریکایی است که در آن کشور شعبه دارند. در مورد ترکیه هم قابل ذکر است که در دانشگاه‌های آن کشور جذب چند استاد خارجی در بهبود پژوهش فلسفی تاحدی مؤثر بوده است.

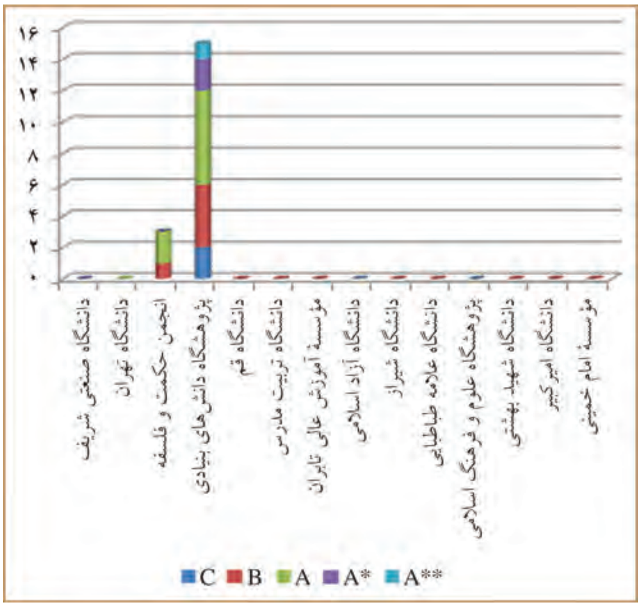
۴. وضعیت نامتوازن پژوهش فلسفه در ایران

به نظر می‌رسد اکثر قریب به اتفاق دانشگاه‌ها و موسسات پژوهشی در ایران، کارنامهٔ قابل قبولی در پژوهش آکادمیک فلسفه، با معیار انتشار در مجلات با کیفیت، ندارند. نمودار ۳، وضعیت پژوهشی فلسفه را در دانشگاه‌ها و مؤسسات پژوهشی در ۱۰ سال اخیر نشان می‌دهد.

دربارهٔ نمودار ۳، این نکته نیز باید ذکر شود که در سال ۲۰۰۷، مجلهٔ



نمودار ۳. مقایسهٔ وضعیت انتشار مقالات فلسفی در نهادهای پژوهشی ۲۰۰۴ تا ۲۰۱۴



نمودار ۴. وضعیت انتشار مقالات فلسفی نهادهای پژوهشی کشور در ۱۹۹۴- تاکنون

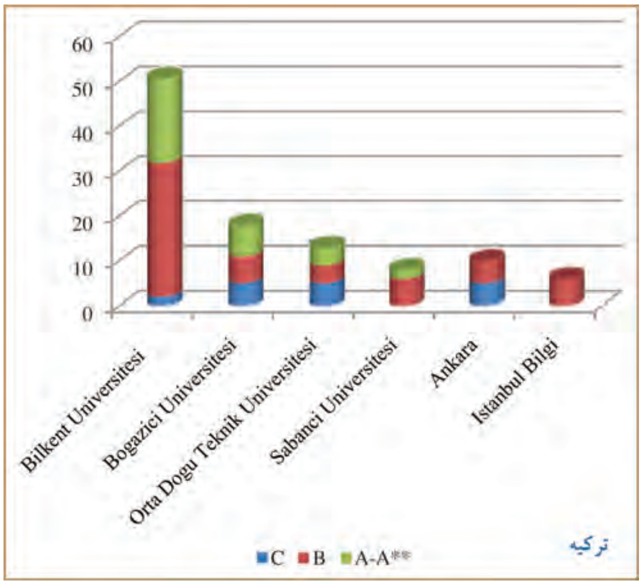
Topoi یک شماره را با سردبیری مهمان محمد لگنهازن، به انتشار مقالات محققان ایرانی درباره فلسفهٔ اسلامی اختصاص داد. اگرچه قرار نیست که ارزیابی حاضر به آثار مرتبط با فلسفه اسلامی بپردازد، اما با توجه به اینکه Topoi یک مجلهٔ تخصصی فلسفهٔ غرب است و مخاطبانش نیز متخصصان فلسفه غرب هستند، این مقالات نیز در نمودار ۳ منظور شده‌اند.

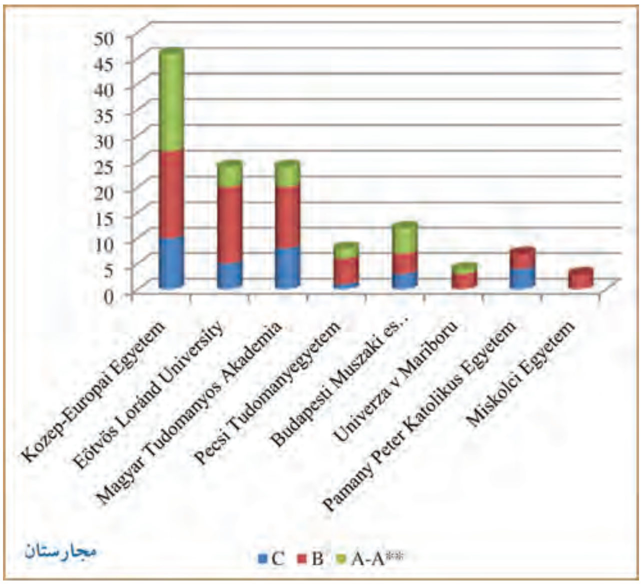
براساس نمودار ۳، پژوهش در فلسفهٔ غرب به شدت نامتوازن است، و بیشتر مقالات را یک مؤسسه به تنهایی (یعنی پژوهشگاه دانش‌های بنیادی) منتشر کرده است.[۴] نمودار ۴، پژوهش در فلسفهٔ غرب را در سال‌های ۱۹۹۴ تا ۲۰۰۳ نشان می‌دهد. همچنان که مشاهده می‌شود، این عدم توازن در ۲۰ سال اخیر پابرجا بوده است. با نظر به کشورهایی که پژوهش فلسفی در آنها رونق بیشتری دارد درمی‌یابیم که در آنها، اگرچه یک دانشگاه در پژوهش پیشرو است، دیگر دانشگاه‌ها و موسسات پژوهشی نیز نقشی قابل توجه در پژوهش دارند. هر اندازه کشوری در پژوهش پیشرفته‌تر باشد، توزیع پژوهش در میان نهادهای پژوهشی آن کشور متوازن‌تر و دارای میزان کمتری انحراف از معیار است. در نمودار ۵ سهم دانشگاه‌های مهم ترکیه و مجارستان در پژوهش فلسفه نشان داده شده است.

همچنین، مقایسهٔ نمودارهای ۳ و ۴ نشان می‌دهد که میزان فعالیت‌های پژوهشی در پژوهشگاه دانش‌های بنیادی در ۱۰ سال اخیر دو برابر شده است. این پیشرفت را می‌توان معلول شکل‌گیری یک جامعه/حلقهٔ فلسفی در این موسسه در ۱۰ سال اخیر دانست.

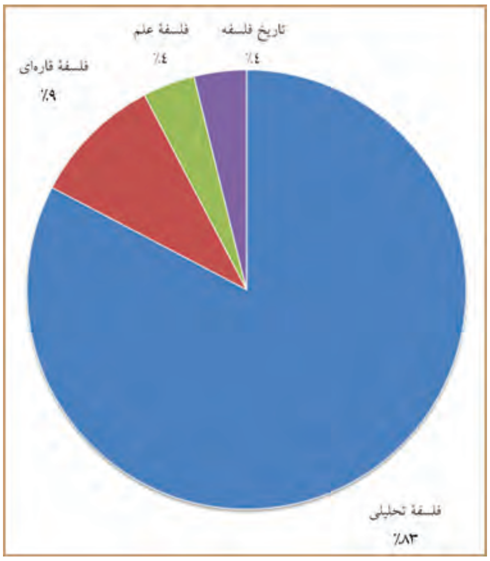
چگونگی توزیع رشته‌های فلسفی نیز نمایانگر نمونهٔ مهم دیگری از عدم توازن در پژوهش فلسفی در ایران است. نمودار ۶ سهم موضوعات مختلف

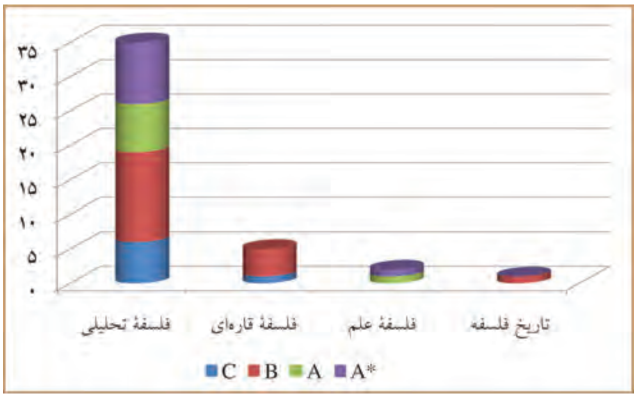
۴) اگر دو مجلهٔ تازه‌منتشرشدهٔ Thought و Journal for the Study of Skepticism را لحاظ نکنیم و داده‌های خود را محدود به فهرست ERIH در سال ۲۰۱۱ کنیم، از تعداد مقالات پژوهشگاه دانش‌های بنیادی چهار مقاله (حدود ۱۱ درصد تعداد مقالات این مؤسسه در نمودار) کاسته می‌شود.





نمودار ۵. توزیع پژوهش در نهادهای پژوهشی ترکیه و مجارستان





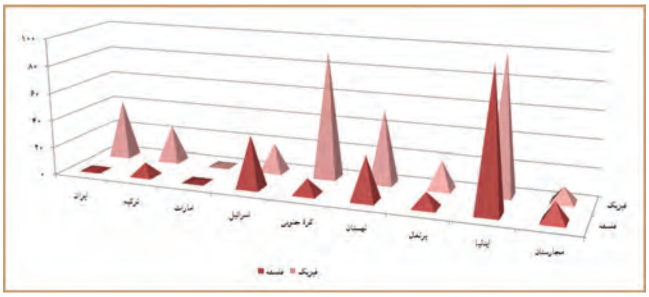
نمودار ۶. توزیع پژوهش در شاخه‌های مختلف فلسفهٔ غرب

فلسفی در مقالات منتشر شده از سوی موسسات ایرانی را نشان می‌دهد. چنانچه در این نمودار پیداست، فلسفهٔ تحلیلی در مقایسه با دیگر رشته‌ها سهم بسیار زیادی در پژوهش بین‌المللیِ با کیفیت در ایران دارد. اما اگر در نظر بگیریم که بخش عمدهٔ اعضای هیات علمی نهادهای دانشگاهی و پژوهشی در ایران به تحقیق در تاریخ فلسفه و فلسفهٔ قاره‌ای مشغول‌اند، ناگزیر باید نتیجه گرفت که فلسفه قاره‌ای و تاریخ فلسفه، علی‌رغم توجه بسیار نهادهای دانشگاهی به این نوع فلسفه، در وضعیتی کاملاً بحرانی قراردارند.

۵. مقایسه با دیگر علوم

در چند سال اخیر وضعیت پژوهشی ایران از روند رو به رشدی برخوردار بوده است، و به نظر می‌رسد که ایران امروز در مقایسه با پانزده سال پیش در مجموع در وضعیت بسیار مناسب‌تری از نظر پژوهشی باشد. از نظر پایگاه Scopus، ایران در رتبهٔ ۱۷ جهان از حیث کمیت انتشار مقالات دانشگاهی است [۶]، بالاتر از سوئیس، ترکیه، اسرائیل، لهستان، مجارستان، پرتغال، اتریش و فنلاند. در نمودارهای ۷ و ۸ وضعیت فلسفه در ایران و چند کشور غیرانگلیسی زبان با وضعیت فیزیک و میانگین کل علوم مقایسه می‌شود (به دلیل تعداد پایین مقالات منتشر شده در فلسفه در سال‌های اخیر، و عدم رشد قابل توجه این تعداد در طول سالیان، برای کم شدن خطا در نمودار فلسفه، از میانگین انتشار مقالات فلسفی از سال ۲۰۰۸ تا کنون استفاده شده است.)

با فرض اینکه بیشتر مقالات ثبت شده در در پایگاه Scopus، دست‌کم از کیفیتی معادل با مقالات ردهٔ C در فلسفه برخوردارند، و با توجه به نمودارهای ۷ و ۸، ناگزیر به این نتیجه می‌رسیم که فلسفه وضع به مراتب نامناسب‌تری از



نمودار ۷. مقایسهٔ وضعیت پژوهش درفیزیک بر مبنای کمیت مقالات منتشر شده در سال ۲۰۱۳، با وضعیت پژوهش در فلسفه بر مبنای میانگین مقالات منتشر شده در یکی از رده‌های A تا C از سال ۲۰۰۸ به بعد

نمودار ۸. مقایسهٔ وضعیت پژوهش میانگین همهٔ علوم بر مبنای کمیت مقالات منتشر شده در سال ۲۰۱۳، با وضعیت پژوهش فلسفه بر مبنای میانگین مقالات منتشر شده در یکی از رده‌های A تا C از سال ۲۰۰۸ به بعد

فیزیک و میانگین دیگر علوم دارد. به عبارت دیگر، فلسفه از جمله رشته‌هایی است که نشانی از پیشرفت‌های اخیر علمی ایران در آن نمی‌توان سراغ گرفت.

برخی محققان بر این گمان‌اند که سنجش علم بر مبنای کمیت مقالات معیار مناسبی برای ارزیابی پیشرفت علمی نیست، وعلم‌سنجی باید بر مبنای انتشار مقالاتِ باکیفیت انجام گیرد. چنانکه در مقدمه گفته شد، در بسیاری علوم، میزان ارجاعات به یک مقاله معیاری برای سنجش کیفیت مقالات به دست می‌دهد. اما با توجه به میزان ارجاعات کم در فلسفه، مبنا قرار دادن این معیار برای سنجش کیفیت مقالات مناسب به نظر نمی‌رسد (به همین دلیل در این ارزیابی، سنجش کیفیت یک مقاله بر مبنای کیفیت مجله‌ای که در آن مقاله منتشر شده است صورت گرفته است.) از این نظر، وضعیت ریاضیات با فلسفه مشابه است، به این ترتیب که در ریاضیات هم می‌توان به شیوهٔ قابل قبولی کیفیت مقاله را بر مبنای مجلهٔ انتشاردهندهٔ مقاله ارزیابی کرد. همچنین، در میان علوم پایه، شاید بتوان گفت که ریاضیات به دلیل انتزاعی و غیرتجربی بودن بیشترین شباهت را با فلسفه دارد. به این دو دلیل، مقایسهٔ وضعیت پژوهش در فلسفه با وضعیت پژوهش در ریاضیات می‌تواند نکته‌آموز باشد.

چنانکه در مقدمه گفتم، به تازگی شماری از اعضای هیات علمی پژوهشکدهٔ ریاضیات در پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تحقیقی را درباره وضعیت پژوهش ریاضیات در ایران انجام داده‌اند. نتایج این ارزیابی به زودی منتشر می‌شود. مشابه با ارزیابی پیش‌رو، در ارزیابی ریاضی نیز مقالات از حیث کیفیت به سه رده تقسیم شده‌اند و مقالات ردهٔ سوم، مقالاتی هستند که از حداقل کیفیت قابل قبول برخوردارند. در نمودار ۹ به مقایسهٔ وضعیت پژوهش ریاضی و فلسفه در ایران و ترکیه اختصاص دارد.

از نمودار ۹ چند نتیجه می‌توان گرفت. اول، در ریاضیات، بر خلاف فلسفه، وضعیت پژوهشِ باکیفیت در ایران و ترکیه کمابیش مشابه است. این نشان می‌دهد که وضعیت کلی فلسفی ایران بسیار نامناسب تر از وضعیت کلی ریاضیات است. دوم، وقتی به پژوهش ردهٔ A* و A** نظر می‌کنیم، پژوهش در این رده از نظر تعداد در فلسفه و ریاضیات تفاوت فاحشی ندارد. این نشانگر این است که جامعهٔ کوچک نخبهٔ فلسفی کشور همپا با جامعهٔ کوچک نخبهٔ ریاضی کشور است. اما وقتی به پژوهش رده‌های B و C می‌رسیم، فاصلهٔ جامعه ریاضی و فلسفی کشور بسیار زیاد می‌شود. در فلسفه در پنج شش سال، ۱۴ پژوهش ردهٔ B و ۶ پژوهش ردهٔ C انجام شده است. اما در ریاضیات در ۵ سال گذشته ۵۳۳ پژوهش ردهٔ B و ۹۵۵ پژوهش ردهٔ C صورت گرفته است. این به آن معنی است که میزان پژوهش ردهٔ C در ریاضیات ۱۶۰ برابر بیشتر و میزان پژوهش ردهٔ B حدود ۴۰ برابر بیشتر از فلسفه است، در حالی‌که نسبت اعضای هیات علمی در دو رشته بسیارکمتر از این مقدار است. این نتیجه ناگزیر است که بدنهٔ جامعه ریاضی کشور به پژوهش متوسط و خوب مشغول است، اما بدنه جامعه فلسفی کشور چنین نیست.

۶. نتیجه‌گیری و چند توصیه

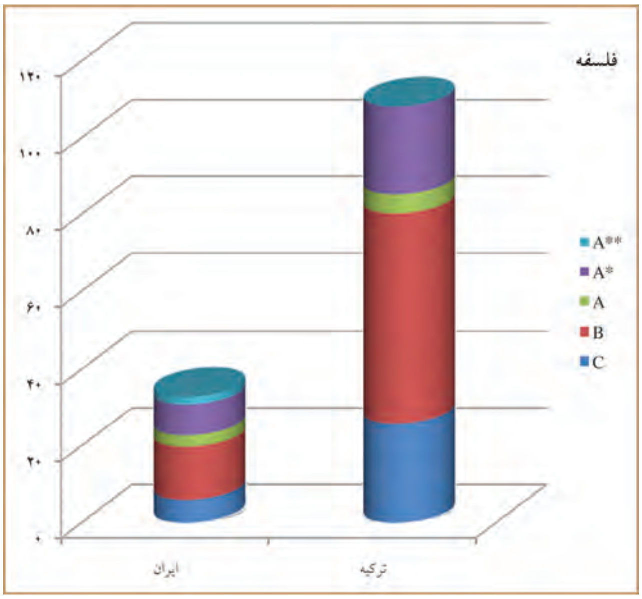
می‌توان از داده‌های ارائه شده این نتایج را به دست آورد:

الف) در ایران، پژوهش آکادمیک در فلسفهٔ غرب در حدِ بسیار نامناسبی نخبه‌گراست؛ به این معنی که بخش عمده‌ای از پژوهش را یک جامعهٔ بسیار کوچک نخبه انجام می‌دهد. این موضوع سبب می‌شود که پژوهش فلسفی در ایران بسیار شکننده و آسیب‌پذیر باشد.

ب) بدنهٔ جامعه دانشگاهی در پژوهش آکادمیک در فلسفهٔ غرب نقشی ندارد، برخلاف دیگر علوم در ایران که بدنهٔ دانشگاه لااقل به پژوهش ردهٔ C مشغول است، بدنهٔ جامعه فلسفی کشور به پژوهش ردهٔ C نمی‌پردازد. در دیگر رشته‌های علمی، آنچه مایه نگرانی است آفت کمیت‌گرایی و غفلت از کیفیت است. اما در فلسفه حتی از نظر کمّی نیز وضعیت بحرانی است (با این فرض که مقالات ردهٔ C را حداقل مقالات قابل قبول بدانیم.)

ج) مقایسهٔ خروجی پژوهشی رشته‌ها و موضوعات مختلف فلسفی در ایران نشان می‌دهد که امکانات به صورت نامتناسبی بین این رشته‌ها و موضوعات توزیع شده است.

د) برخلاف جریان رشد علمی کشور، در فلسفه خبری از رشد پژوهشی نیست. وضعیت پژوهشی آکادمیک در فلسفه کم و بیش قابل مقایسه با امارات متحده است، در حالی که فاصلهٔ علمی ما در متوسط علوم با امارت قابل مقایسه نیست (رتبهٔ میانگین علوم ایران ۱۷ و رتبهٔ میانگین علوم امارات ۵۹ است).



نمودار ۹. مقایسهٔ وضعیت پژوهش در ایران و ترکیه در ریاضیات (۲۰۱۲-۲۰۰۸) و فلسفه (۲۰۱۴-۲۰۰۸).

شایان ذکر است که این نتایج بر اساس معیار انتشار در مجلات به دست آمده است. البته میزان پژوهش در ایران را می‌توان با انتشار کتاب‌هایِ با کیفیت هم سنجید با این حال، بعید می‌دانم که احتساب کتاب‌های منتشر شدهٔ باکیفیت، تصویر کلی فضای فلسفی ایران را که در این گزارش آمده است تغییر دهد. با توجه به این واقعیات، به عنوان نخستین قدم برای جبران عقب‌ماندگی علمی کشور در پژوهش فلسفی آکادمیک، اقدامات زیر توصیه می‌شود.

۱. جامعهٔ نخبه کشور باید گسترش پیدا کند. این مهم می‌تواند از این طرق انجام گیرد: جذب ایرانیان تحصیل‌کرده در غرب؛ جذب فلاسفهٔ غیرایرانی به دانشگاه‌های ایران؛ فراهم آوردن تمهیدات لازم برای جلوگیری از خروج نخبگان فعلی، تربیت هدف‌مند نخبگان برای آینده.

۲. بدنهٔ دانشگاهی باید به پژوهش آکادمیک ترغیب شود. برای رسیدن به این هدف می‌توان در استخدام و ارتقای اعضای هیات علمی به انتشار مقالات در مجلات با ردهٔ کیفی لاقل C توجه کرد.

۳. شاید دلیل عدم انجام پژوهش در دانشگاه‌ها، عدم توازن میان وظایف آموزشی و پژوهشی باشد. در دانشگاه‌ها باید به استادان فرصت و زمان بیشتری برای فعالیت‌های پژوهشی داد.

۴. ارزش‌گذاری مجلات فلسفی براساس ارزش‌گذاری کیفی جامعهٔ دانشگاهی جهانی فلسفه (مثلاً فهرست ERIH) انجام گیرد.

۵. بدنهٔ دانشگاهی در حوزهٔ فلسفه غرب نیازمند ترمیم است. ترمیم زمانی صورت می‌گیرد که بدنه دانشگاهی کشور به ضعف علمی خود آگاهی یابد. با توجه به عدم رشد و پویایی بدنهٔ دانشگاهی کشور در طول سالیان، انتظار خود ترمیمی شاید موجه نباشد. تشکیل کمیته‌ای در سطح بالاتر برای چاره‌اندیشی دربارهٔ مسئله مفید به نظر می‌رسد. بدیهی است که شورا و کمیته‌هایی که برای حل مشکل تشکیل می‌شوند باید آگاهی کاملی دربارهٔ مشکل مربوطه داشته باشند. از همین رو، چه بسا بتوان از برخی متخصصان رشته‌های دیگر که در زمینهٔ ارتقای سطح علمی کشور تجربه دارند بهره گرفت.

مناسب است در پایان یادآوری کنم که نتایج بالا تنها به پژوهش آکادمیک در فلسفهٔ غرب اختصاص دارد. هم از این رو، توصیه‌های بالا تنها با هدف ارتقای وضعیت پژوهشی در این حوزه طراحی شده‌اند. اما چنانکه در مقدمه گفتم، جامعه دانشگاهی فلسفه در ایران به فعالیت‌های متعدد دیگری نیز مشغول است. امید دارم که دیگر متخصصان فن به ارزیابی عینی آن فعالیت‌ها همت بگمارند، تا تصویری که از آکادمی فلسفهٔ ایران در این نوشته آمده است کامل‌تر شود. تنها در این صورت است که جامعهٔ دانشگاهی می‌تواند با آگاهی فراگیرتری از کاستی‌ها، در جهت رفع آن بکوشد.

مراجع

1 ERIH
https://dbh.nsd.uib.no/publiseringskanaler/erih/searchForm?discipline=Philosophy&cat2007=All&cat2011=All

2 Brian Leiter's Ranking
http://leiterreports.typepad.com/blog/2013/07/topphilosophy-journals-without-regard-to-area.html

3 Brooks' raniking
http://the-brooks-blog.blogspot.nl/2011/01/topphilosophy-journals-initial-results.html

4 Kate Devitt's Ranking
http://mnemosynosis.livejournal.com/31062.html

5 Brian Weatherson's Ranking
http://brian.weatherson.org/journals/Journals-Survey.htm

۶ برای گزارشات علم‌سنجی بر مبنای پایگاه Scopus به این وبسایت مراجعه کنید.
http://www.scimagojr.com/countryrank.php

مریم میرزاخانی و مدال فیلدز

دربارهٔ این ویژه‌نامه و توضیح یک اصطلاح

• اهدای مدال فیلدز ۲۰۱۴ به مریم میرزاخانی توجه بسیاری از رسانه‌ها و نشریات خارجی و فارسی را برانگیخت زیرا او اولین ایرانی و اولین زنی است که به این مدال دست یافته است. رسانه‌ها مطالب زیادی دربارهٔ میرزاخانی منتشر کردند که هرچند از لحاظ ترویج علاقه به ریاضیات مفید است، بسیاری از آنها جنبهٔ ژورنالیستی دارد و برای عامهٔ مردم انتشار یافته است. جای آن داشت و دارد که جامعهٔ علمی ایران از زبان متخصصان ایرانی با محتوای علمیِ کارهای این ریاضیدان شاخص آشنا شود. پژوهشگاه دانش‌های بنیادی به این منظور همایشی علمی در پاییز امسال برگزار می‌کند. انتشار این ویژه‌نامه هم گامی است که نشریهٔ اخبار در این جهت برداشته است.

مقاله‌های این ویژه‌نامه را سه پژوهشگر ایرانیِ مقیم کشور نوشته‌اند، و مطلبی به نقل از وب‌گاه اتحادیهٔ بین‌المللی ریاضی (IMU) نیز که حاویِ جمع‌بندی کار میرزاخانی است به آنها افزوده شده است. پژوهش‌هایی که در پیشرفته‌ترین مرزهای ریاضیات صورت می‌گیرند معمولاً قابل ساده‌سازی برای همگان و خلاصه‌سازی در چند صفحهٔ یک مجله نیستند. امیدواریم این ویژه‌نامه پنجره‌ای به روی تحقیقات میرزاخانی بگشاید تا خوانندگانی که زمینهٔ کلی در ریاضیات دانشگاهی دارند ولی رشتهٔ تخصصی آنها هندسهٔ رویه‌های ریمان و سیستم‌های دینامیکی نیست با فضای کلی تحقیقات او آشنا شوند. ویژه‌نامه با یادداشتی دربارهٔ روش‌های تعامل با نخبگان ایرانیِ خارج‌نشین آغاز می‌شود و با فهرستی از برندگان مدال فیلدز طی ۷۸ سال (که شامل موضوع دستاورد آنها نیز هست) پایان می‌یابد.

• برنهارد ریمان پی برده بود که فضای ساختارهای مختلط روی یک رویهٔ ریمان با گونای g را می‌توان با $6g - 6$ پارامتر یا modulus توصیف کرد. فضای این پارامترها ــ پس از لحاظ کردن شرایط لازم ــ موجودی هندسی است که با عنوان moduli space of Riemann surfaces شناخته می‌شود. در ریاضیات فارسی، واژهٔ modulus (صورت مفردِ moduli) ترجمه‌های متفاوتی در مباحث متفاوت دارد (مثلاً «پیمانه» و «هنگ») اما در اینجا، ریمان این واژه را مترادف با پارامتر به کار برده است. اصطلاح moduli space هم به مفهوم گفته‌شده در بالا معادل تثبیت‌شده‌ای ندارد. از این رو در صفحاتی که در پی می‌آید، معادل فارسی «فضای پرمایش» (فضای پارامتری‌سازی) برای این اصطلاح ترجیح داده شده است. شایان ذکر است که هر رویهٔ ریمان در واقع یک خم مختلط است. از این رو، در متون هندسهٔ جبری، فضای پرمایش رویه‌های ریمان با گونهٔ g فضای پرمایش خم‌های (مختلط) با گونای g خوانده می‌شود.

هم به قدر تشنگی

موفقیت مریم میرزاخانی درکسب یکی از مهمترین افتخارات علمی بین‌المللی خواه‌ناخواه ذهن بسیاری از برنامه‌ریزان علم و پژوهش در کشور را متوجهٔ مسئلهٔ مهاجرت نخبگان می‌کند. میرزاخانی یکی از درخشان‌ترین چهره‌های ایرانی در صحنهٔ علم جهان است ولی استعدادهای درخشان کشور که در دانشگاه‌ها، پژوهشگاه‌ها، آزمایشگاه‌ها، و مؤسسات فناوری پیشرفتهٔ غرب مشغول کارند منحصر به چند چهرهٔ بسیار سرشناس مانند میرزاخانی نیست.

آمار رسمیِ دقیقی از تحصیلکردگان مهاجر ایرانی وجود ندارد. ما برای تهیهٔ این یادداشت به منابع مختلفی مراجعه کردیم ولی آمارها را چنان ناقص، متفاوت، وگاه متناقض دیدیم که ترجیح می‌دهیم در اینجا آماری ذکر نکنیم. ولی آگاهی از گستردگی مهاجرت دانش‌آموختگان چندان نیازی به آمار دقیق ندارد؛ وسعت این پدیده با «چشم غیرمسلح» هم قابل رؤیت است. هرکسی که مثلاً در سال ۱۳۸۰ از یک دانشگاه خوب کشور فارغ‌التحصیل شده می‌تواند نگاهی به اطراف خود بیندازد و ببیند چند درصد از همکلاسی‌هایش، به خصوص از میان بهترین‌ها، در ایران مانده‌اند (رشتهٔ پزشکی که فارغ‌التحصیلان آن به راحتی در سیستم غرب پذیرفته نمی‌شوند استثناست). هر چه به رأس هرم تحصیلکردگان نزدیک شویم، یعنی به استعدادهای قویتر و دانشگاه‌های سطح بالاتر (مانند دانشگاه صنعتی شریف)، روند مهاجرت شدیدتر است؛ و شاید نکتهٔ نگران‌کننده همین باشد. مهاجرت مردم از یک کشور به کشورهای دیگر اگر با آهنگ معقول و مناسبی صورت گیرد، چیز عجیبی نیست. ولی مهاجرت گستردهٔ نخبگان یعنی مستعدترین ذهن‌های علمی کشور البته جای تأمل دارد زیرا همین گروه هستند که می‌توانند منشاء نوآوری و خلاقیت و موتور محرکهٔ پیشرفت علمی و فنی باشند.

اغلب نخبگان خارج‌نشین کسانی هستند که برای تحصیلات تکمیلی به کشورهای پیشرفته رفته‌اند و دیگر باز نگشته‌اند. جلوگیری از خروج جوانان برای ادامهٔ تحصیل در خارج نه میسر است و نه مطلوب. اینکه شخص در بهترین دانشگاهی که برایش ممکن است آموزش ببیند حق طبیعی و انسانی اوست. برای کشور نیز بهتر است که عده‌ای از فرزندانش مدارج عالی علمی را در مراکز پیشرفته و مجهز دنیا طی کنند. اگر مریم میرزاخانی در ایران مانده بود و در جایی مانند هاروارد تحصیل نمی‌کرد و استاد راهنمایی مانند مک مولن نداشت چه بسا استعدادهایش به بهترین وجه شکوفا نمی‌شد. ولی مسئله

این است که فقط درصد کوچکی از این نخبگان به کشور برمی‌گردند. تکلیف هزینهٔ کلانی که کشور صرف تربیت آنها کرده، و مهمتر از آن، استعدادهای درخشانی که کشور از آنها محروم می‌ماند چه می‌شود؟

البته این پرسش هم قابل طرح است که اگر همین امروز همهٔ مهاجران، یا حتی نیمی از آنها، بخواهند به کشور برگردند آیا واقعاً کار مناسب برای آنها پیدا می‌شود؟ کاهش کلی آمار مهاجرت و تشدید روند برگشت تحصیلگردگان منوط به فراهم شدن شرایطی مناسب در سطح کلانِ ملی و مهمتر از هر چیز، شکوفایی کلی اقتصاد و فراوانیِ جاذبه‌های شغلی در کشور است. ولی هدف این یادداشت پرداختن به این مسئله در حالت کلی نیست بلکه فکر کردن دربارهٔ راه‌هایی است که بتوان از پژوهشگردان ایرانی مقیم خارج برای توسعهٔ علمی کشور کمک گرفت.

بخشی از این پژوهشگران را ممکن است بتوان با گسترش امکانات و بهبود شرایط پژوهشی در دانشگاه‌ها و پژوهشگاه‌های موجود و نیز، چنانکه رئیس بنیاد نخبگان پیشنهاد کرده «با ایجاد مراکز تحقیقاتی در مجاورت وزارت‌خانه‌هایی مانند نفت، نیرو، مخابرات و صنایع» به کشور برگرداند. ولی با همهٔ این تدابیر، باز هم جمع کثیری از آنها در خارج خواهند ماند. چاره چیست؟ چگونه می‌توان قدری از آب رفته را به جوی بازگرداند؟

چاره این است که باب ارتباط و تعامل با نخبگان مقیم خارج بیش از پیش گشوده شود. اغلب این دانشمندان از نظر عاطفی از میهن اصلی خود نبُریده‌اند. بسیاری از آنها، اگر شرایط فراهم باشد، مایل‌اند برای اقامت کوتاه‌مدت ــ یکی دو ماه در هر سال یا شش ماه در هر دو سه سال یا بعضاً فرصت مطالعاتی یکساله ــ در محیط پژوهشی ایران حضور یابند و به طریق اولی آماده‌اند در همایش‌های علمی و پژوهشی داخلی شرکت کنند. از این نخبگان می‌توان برای مشورت یا همکاری در طرح‌های پژوهشی، برگزاری دوره‌های آموزشی ـ پژوهشی، سخنرانی و تبادل‌نظر در انواع کنفرانس‌ها و سمینارهای علمی داخل کشور، عضویت در ادیتوریالِ مجله‌های پژوهشی، و حتی نظارت بر رساله‌های دکتری بهره برد، و روشن است که مشارکت آنها بر کیفیت و اعتبار این برنامه‌ها خواهد افزود. می‌توان با تعدادی از این دانشوران به توافق رسید که در قالب‌هایی مانند «استاد وابسته» یا «مشاور» و غیره، وابستگیِ تعریف شده و محکمی با دانشگاه‌ها و پژوهشگاه‌های داخلی داشته باشند. آنها حتی حین اقامت در خارج هم می‌توانند به طرقی به جریان داخلیِ پژوهش کمک کنند، از قبیل مشورت دادن، راهنمایی تز، و غیره. امروزه اینترنت برقراری ارتباط را بسیار آسان کرده است. از این راه‌ها می‌توان بخشی از توان علمی و تخصصی نخبگان مقیم خارج را در خدمت پیشبرد پژوهش در کشور قرار داد.

به قول مولوی

آب دریا را اگر نتوان کشید   هم به قدر تشنگی باید چشید

پژوهشگاه دانش‌های بنیادی همواره در حد بودجه و امکاناتش سعی کرده همهٔ راه‌هایی را که گفته شد برود و همهٔ قالب‌ها و برنامه‌های ممکن را برای ارتباط و همکاری با این دانشوران بیازماید. جدیدترین نمونهٔ آن، برگزاری همایش بزرگ «مرزهای علوم ریاضی» است که سومین دورهٔ آن در پاییز امسال با حمایت بنیاد نخبگان و همکاری دانشگاه صنعتی شریف در پژوهشگاه برگزار می‌شود و ده‌ها ریاضیدان نخبهٔ ایرانی از کشورهای مختلف در آن شرکت خواهند کرد. ولی روند تعامل با نخبگان مقیم خارج باید نهادینه شود یعنی به طور گسترده‌تر و سیستماتیک‌تر در قالب طرح‌های کلی در محیط آکادمیک کشور معمول گردد و این امر جز با حمایت همه‌جانبهٔ دولت و وزارت‌خانه‌های ذیربط امکان‌پذیر نخواهد بود. ■

چند مقالهٔ مهم مریم میرزاخانی

مریم میرزاخانی تاکنون ۱۳ مقالهٔ چاپ‌شده و ۲ مقالهٔ چاپ‌نشده دارد که ۳ تا از آنها را قبل از شروع دورهٔ دکتری نوشته است. اما مقاله‌هایی که حاوی مهمترین دستاوردهای او هستند و در گزارش اتحادیهٔ بین‌المللی ریاضی (صفحهٔ بعد) ذکر شده‌اند، ۴ مقالهٔ چاپ‌شده و ۲ مقالهٔ چاپ‌نشده با مشخصات زیرند.

- M. Mirzakhni, *Simple geodesics and Weil-Petersson volumes of moduli spaces of bordered Riemann surfaces*, Inventiones Mathematicae, 2007.
- M. Mirzakhani, *Weil-Petersson volumes and intersection theory on the moduli spaces of curves*, Journal of the American Mathematical Society, 2007.
- M. Mirzakhani, *Growth of the number of simple closed geodesics on hyperbolic surfaces*, Annals of Mathematics, 2008.
- M. Mirzakhani, *Ergodic theory of the earthquake flow*, International Mathematics Research Notices, 2008.
- A. Eskin and M. Mirzakhani, *Invariant and stationary measures for the $SL_2(R)$ action on moduli space*, preprint 2013; see arXiv: 1302-3320.
- A. Eskin, M. Mirzakhani and A. Mohammadi, *Isolation, equidistribution, and orbit closures for the $SL_2(R)$ action on moduli space*, preprint, 2013; see arXiv: 1305-3015.

کار مریم میرزاخانی*

این مطلب ترجمهٔ گزارشی اجمالی از کارهای ریاضی مهم مریم میرزاخانی است که اتحادیهٔ بین‌المللی ریاضی (IMU) همزمان با برگزاری کنگرهٔ بین‌المللی ریاضیدانان (تابستان ۲۰۱۴، سئول) در وبگاه خود قرار داده و سپس در رسانه‌ها و نشریات گوناگون، تمام یا قسمتی از آن نقل شده است. قسمت مراجع این گزارش شامل ۶ مقالهٔ مهم میرزاخانی است که ما فهرست آنها را در صفحهٔ قبل (ستون دوم) آورده‌ایم.

مریم میرزاخانی دستاوردهای چشمگیر و فوق‌العاده اصیلی در هندسه و سیستمهای دینامیکی داشته است. نتایج تحقیقات او در رویه‌های ریمان و فضاهای پرمایش[۱] آنها چندین شاخهٔ ریاضیات ــ هندسهٔ هذلولوی، آنالیز مختلط، توپولوژی، و دینامیک ــ را به هم پیوند می‌زند و بر همهٔ آنها تأثیر می‌گذارد. او به خاطر کارهای اولیه‌اش در هندسهٔ هذلولوی شهرت زیادی به دست آورد و جدیدترین کارش پیشرفت عمده‌ای در نظریهٔ سیستمهای دینامیکی به شمار می‌آید.

نام رویه‌های ریمان از نام برنهارد ریمان ریاضیدان قرن نوزدهم گرفته شده است. او نخستین ریاضیدانی بود که به اهمیت رویه‌های مجرد ــ درمقابل رویه‌های «ملموس» در فضای احاطه‌کنندهٔ خاص، مانند سطح کره در فضای اقلیدسی سه بعدی ــ پی برد. ریاضیدانها بیش از یک قرن قبل براساس دیدگاه ریمان دریافتند که چنین رویه‌هایی را می‌توان به طور توپولوژیک رده‌بندی کرد یعنی با دقتی در حد تغییر شکل (deformation) به وسیلهٔ تنها یک عدد که تعداد دستگیره(handle)های رویه است. این عدد را گونای (genus) رویه می‌نامند. مثلاً گونای کره صفر است و رویهٔ فنجان قهوه دارای گونای یک است. به شرط اینکه از جزئیات دقیق شکل هندسی صرف نظر شود، به ازای هر عدد صحیح مثبت g دقیقاً یک رویه با گونای g وجود دارد.

رویه وقتی تبدیل به رویهٔ ریمان می‌شود که یک ساختار هندسی اضافی به آن داده شود. چنین ساختاری را می‌توان یک ساختار مختلط در نظرگرفت که امکان استفاده از آنالیز مختلط را در مورد رویه‌های مجرد فراهم می‌سازد. چون هر عدد مختلط شامل دو پارامتر حقیقی است، رویه که دارای دو بعد در اعداد حقیقی است فقط یک بعد مختلط دارد وگاهی خم مختلط نامیده می‌شود. نکتهٔ زیر، نظریهٔ رویه‌های ریمان را به هندسهٔ جبری ربط می‌دهد: هر خم مختلط یک خم جبری است، یعنی خم مختلط هر چند به طور مجرد تعریف می‌شود، قابل تحقق در یک فضای احاطه‌کنندهٔ استاندارد است که در آن فضا، مجموعهٔ ریشه‌های یک چند جمله‌ای است که به طور مناسب انتخاب شده باشد. به این ترتیب، هرچند رویهٔ ریمان به طور پیشینی یک شیئ آنالیزی است که به زبان آنالیز مختلط بر رویه‌های مجرد تعریف می‌شود، این رویه را به زبان جبری برحسب معادلات چندجمله‌ای هم می‌توان توصیف کرد.

راه دیگر تعریف یک رویهٔ ریمان استفاده از هندسه‌ای است که اندازه‌گیری زاویه، طول، و مساحت را امکان‌پذیر کند. مهمترین هندسه از این نوع، هندسهٔ هذلولوی است یعنی نمونهٔ اصلی هندسهٔ نااقلیدسی که بویویی، گاوس، و لباچفسکی آن را کشف کردند. هم‌ارزی ساختارهای جبری مختلط و هذلولوی بر رویه‌ها جزو مبانی نظریهٔ رویه‌های ریمان است.

تحقیقات اولیهٔ میرزاخانی معطوف به ژئودزیکهای بستهٔ یک رویهٔ هذلولوی بوده است. این ژئودزیکها خمهای بسته‌ای هستند که طولشان را نمی‌توان با تغییر شکل آنها کم کرد. قضیه‌ای کلاسیک، متعلق به ۵۰ سال قبل، راه دقیقی برای براورد تعداد ژئودزیکهای بسته‌ای که طولشان کمتر از یک کران مفروض L است به دست می‌دهد. تعداد ژئودزیک‌های بسته به طور نمایی با مقدار L افزایش می‌یابد. به طور مشخص، این تعداد برای Lهای بزرگ به e^L/L میل می‌کند. این قضیه به «قضیهٔ اعداد اول برای ژئودزیکها» معروف است زیرا دقیقاً مشابه با «قضیهٔ اعداد اول» برای عددهای صحیح است که تعداد عددهای اولِ کوچکتر از یک عدد مفروض را براورد می‌کند (در آن مورد، تعداد عددهای اول کوچکتر از e^L به ازای Lهای بزرگ به طور مجانبی برابر e^L/L است).

*) *The work of Maryam Myrzakhani*, Notices **61**(2014) 1079-1081.

۱) برای این اصطلاح به ستون اول این ویژه‌نامه نگاه کنید.

میرزاخانی در «قضیهٔ اعداد اول برای ژئودزیکها» به تحقیق در حالتی پرداخت که فقط ژئودزیکهای بستهٔ ساده در نظر گرفته شوند یعنی ژئودزیکهایی که خودشان را قطع نمی‌کنند. در این مورد، وضع بسیار متفاوت است: رشد تعداد ژئودزیکهای با طول حداکثر L دیگر رشد نمایی برحسب L نیست بلکه از مرتبهٔ L^{6g-6} است که در آن g گونا می‌باشد. میرزاخانی نشان داد که در واقع این تعداد به ازای Lهای بزرگ مجانب با $c \cdot L^{6g-6}$ است که ثابت c بستگی به ساختار هذلولوی دارد.

گرچه این حکم دربارهٔ یک ساختار هذلولوی خاص (هرچند دلخواه) بر یک رویه است ولی میرزاخانی در اثبات آن همهٔ این‌گونه ساختارها را با هم در نظر گرفت. ساختارهای مختلط بر رویه‌ای با گونای g یک فضای پیوسته، یا ناگسسته، تشکیل می‌دهند چون تغییرشکلهای پیوسته دارند. هر چند رویهٔ توپولوژیک زمینه یکسان می‌ماند، شکل هندسی آن طی تغییرشکل عوض می‌شود. ریمان می‌دانست که این تغییرشکل‌ها به $6g-6$ پارامتر یا «پیمانه» (modulus) بستگی دارند یعنی «فضای پرمایش [پارامتری‌سازی]» (moduli space) رویه‌های ریمانِ گونای g دارای بعد $6g-6$ است. ولی از اینجا چیزی دربارهٔ ساختار کلی فضای پرمایش که به غایت پیچیده و هنوز بسیار اسرارآمیز است، به دست نمی‌آید. فضای پرمایش، خود دارای هندسهٔ پیچیده‌ای است و رهیافتهای گوناگون به رویه‌های ریمان منجر به دیدگاه‌های متفاوت دربارهٔ هندسه و ساختار این فضا می‌شود. مثلاً، در نظر گرفتنِ رویه‌های ریمان به عنوان خمهای جبری به این نتیجه‌گیری می‌انجامد که فضای پرمایش، خود یک شیئ جبری موسوم به وارتیهٔ جبری است.

در اثباتی که میرزاخانی از حکم شمارشی خود عرضه کرده، ساختار دیگری روی فضای پرمایش مطرح می‌شود، ساختاری «همتافته» (symplectic) که به خصوص اندازه‌گیری حجمها (ولی نه طولها) را امکان‌پذیر می‌کند. او با تعمیم کار مک‌شین (G. McShane) پیوندی بین محاسبات حجم روی فضای پرمایش و مسئلهٔ شمارش ژئودزیکهای بستهٔ روی یک رویهٔ تنها برقرار می‌کند؛ حجمهای معینی در فضای پرمایش را محاسبه می‌کند و حکم شمارشی دربارهٔ ژئودزیکهای بستهٔ ساده را از این محاسبه نتیجه می‌گیرد.

این دیدگاه، میرزاخانی را به سوی بصیرت‌های تازه‌ای دربارهٔ فضای پرمایش هدایت کرد و یکی از نتایج آن، اثبات غیرمنتظره‌ای از یک حدس ادوارد ویتن (برندهٔ مدال فیلدز در ۱۹۹۰ و از پیشروان نظریهٔ ریسمان) بود. فضای پرمایش مکانهای هندسی خاصی در درون خود دارد که متناظر با رویه‌های ریمان، با ویژگیهای خاص، هستند و این مکانها ممکن است با یکدیگر تقاطع داشته باشند؛ در مورد مکانهایی که به طور مناسب انتخاب شده باشند، این تقاطعها تعابیر فیزیکی دارند. ویتن براساس شهود فیزیکی و محاسباتی که چندان دقیق نبود، حدسی دربارهٔ این تقاطعها مطرح کرد که نظر ریاضیدانها به آن جلب شد. ماکسیم کانتسویچ (برندهٔ مدال فیلدز در ۱۹۹۸) حدس ویتن را در ۱۹۹۲ از راه مستقیم ثابت کرد و پانزده سال بعد، میرزاخانی، حدس عمیق ویتن دربارهٔ فضای پرمایش را به مسائل شمارشی ژئودزیکهای رویه‌ها پیوند زد.

در سالهای اخیر، میرزاخانی به کاوش در جنبه‌های دیگری از هندسهٔ فضای پرمایش پرداخته است. چنانکه قبلاً گفته شد، فضای پرمایش رویه‌های ریمان با گونای g خود یک شیئ هندسی $6g-6$بعدی است که یک ساختار مختلط و در واقع جبری دارد. به علاوه، فضای پرمایش دارای متریکی است که مطالعهٔ ژئودزیکهای آن طبیعی به نظر می‌رسد. میرزاخانی و همکارانش قضیه‌ای مشابه «قضیهٔ اعداد اول برای ژئودزیکهای بسته» ثابت کرده‌اند که در آن، ژئودزیکهای بسته نه روی یک رویهٔ تنها بلکه در فضای پرمایش شمارش می‌شوند. او همچنین به مطالعهٔ بعضی از سیستمهای دینامیکی (یعنی سیستمهایی که با زمان تحول می‌یابند) روی فضای پرمایش پرداخته و به خصوص ثابت کرده است که سیستمی به نام «شارش زلزله» که ویلیام ترستن (برندهٔ مدال فیلدز در ۱۹۸۲) آن را مطرح کرده، آشوبناک است.

به‌تازگی، میرزاخانی با همکاری الکس اسکین (Alex Eskin) و امیرمحمدی به موفقیت مهمی در شناخت سیستم دینامیکی دیگری روی فضای پرمایش دست یافته است که به رفتار ژئودزیکها در فضای پرمایش ربط دارد. ژئودزیکهای نابسته در فضای پرمایش بسیار نامنظم به نظر می‌رسند و به دست آوردن شناختی از ساختار و نحوهٔ تغییر آنها وقتی دچار مختصری اختلال شوند دشوار است. ولی میرزاخانی و همکارانش ثابت کرده‌اند که ژئودزیکهای مختلط و بستارهای آنها در فضای پرمایش در واقع به طور عجیبی منظم‌اند و فرکتالی یا نامنظم نیستند. معلوم می‌شود که ژئودزیکهای مختلط هر چند اشیایی متعالی‌اند که به زبان آنالیز و هندسهٔ دیفرانسیل تعریف می‌شوند، بستارهای آنها اشیایی جبری‌اند که برحسب چندجمله‌ای‌ها تعریف می‌شوند و بنابراین ویژگیهای معینی از لحاظ صلبیت (rigidity) دارند.

این کار تحسین پژوهشگرانی را که در این زمینه تحقیق می‌کنند برانگیخته و آنها را به بسط این نتیجهٔ جدید و کشف نتایج تازه ترغیب کرده است. یک دلیلش این است که قضیه‌ای که میرزاخانی و اسکین ثابت کرده‌اند مشابه قضیهٔ مشهور مارتینا راتنر (Martina Ratner) در دههٔ ۱۹۹۰ است. راتنر صلب بودن را برای سیستمهای دینامیکی روی فضاهای همگن ثابت کرد ـــ یعنی فضاهایی که در آنها همسایگی هر نقطه درست مانند همسایگی هر نقطهٔ دیگری به نظر می‌رسد. ولی فضای پرمایش کاملا ناهمگن است: هر بخش آن کاملاً متفاوت با هر بخش دیگرش می‌باشد. کشف این نکته که صلبیت در فضاهای همگن بازتابی در دنیای ناهمگن فضای پرمایش دارد بسیار حیرت‌انگیز است.

با توجه به پیچیدگی و ناهمگنی فضای پرمایش، پژوهش مستقیم دربارهٔ این فضا در نظر بسیاری از ریاضیدانان غیرممکن می‌نموده است، اما نه در نظر میرزاخانی. او شهود هندسی نیرومندی دارد که به کمک آن می‌تواند مستقیماً به هندسهٔ فضای پرمایش بپردازد. میرزاخانی، مسلط بر مجموعهٔ بسیار متنوعی از تکنیکهای ریاضی و فرهنگ مباحث گوناگون ریاضی، مجسم‌کنندهٔ ترکیب نادری از توانایی تکنیکی در سطح عالی، بلندپروازی جسورانه و بینش بسیار گسترده است. فضای پرمایش دنیایی است که نواحی کشف نشدهٔ بسیار دارد و مریم میرزاخانی بدون شک یکی از رهبران اکتشافات در این دنیا خواهد بود. ■

مروری بر پژوهش‌های ریاضی مریم میرزاخانی

ایمان افتخاری*

ایمان و فاطمه

۱. مقدمه

دکتر مریم میرزاخانی در کارهای ریاضی خود با معرفی ایده‌هایی کاملاً جدید و پیوند دادن شاخه‌های مختلفی از ریاضیات، پیشرفت‌های بسیار مهمی را در مطالعهٔ رویه‌های ریمان و خانوادهٔ آنها رقم زده است. شاخه‌هایی نظیر هندسهٔ هذلولوی، آنالیز مختلط، توپولوژی، سیستم‌های دینامیکی، و هندسهٔ جبری شمارشی در کارهای میرزاخانی به هم پیوند می‌خورند.

رسالهٔ دکتری مریم میرزاخانی، در کنار نتایج مهم و ارزندهٔ دیگر و نوآوری‌های فراوان، اثباتی جدید از حدس ادوارد ویتن (Edward Witten) ــ که ماکسیم کانتسویچ (Maxim Kontsevich) به خاطر اولین اثبات آن در سال ۱۹۹۸ جایزهٔ فیلدز را دریافت کرد ــ در خود داشت. این رساله خیلی زود مورد توجه عدهٔ زیادی از ریاضیدانان قرار گرفت. در سالهای بعد، میرزاخانی موفق به اثبات ارگودیک بودن شار ترستن (Thurston) (۲۰۰۸) شد و سپس در پروژه‌ای مشترک با اسکین (Eskin) (و در بخشی مشترک با محمدی) نظریهٔ راتنر (Rathner) را توسعه داد و نتایج مختلفی از آن به دست آورد (۲۰۱۲).

این پژوهش‌های ارزشمند باعث شد که یکی از نشان‌های فیلدز سال ۲۰۱۴ از سوی کنگرهٔ بین‌المللی ریاضیدانان به میرزاخانی اهدا شود، و او اولین زن و اولین ایرانی دریافت‌کنندهٔ این جایزه لقب گیرد.

در این نوشتار برخی از پیش‌نیازهای لازم برای صورت‌بندی تعدادی از قضایای مهم میرزاخانی را به طور خلاصه مرور می‌کنیم. بیان ایده‌های به‌کاررفته در مقالات ایشان از حوصلهٔ این نوشتار کاملاً خارج است و آشنایی بیشتر خواننده با برخی از نظریه‌های ریاضی را می‌طلبد. با وجود این، امیدواریم خوانندهٔ ایرانی علاقه‌مند با مطالعهٔ این مقاله، آشناییِ حداقلی با کارهای ریاضی میرزاخانی پیدا کند.

بحث را با طرح دو مسئله که صورت‌های ساده‌ای دارند آغاز می‌کنیم. در چند بخش (بخش‌های ۳، ۴، و ۵) تلاش خواهیم کرد که این مسائل را به کارهای میرزاخانی گره بزنیم.

۲. دو مسئله با ظاهرهای متفاوت

۱.۲. حدس اپنهایم. (Oppenheim conjecture) فرض کنید Q یک فرم مربعی با حداقل ۳ متغیر باشد. مثالی که خوب است خواننده در ذهن داشته باشد، فرم مربعی

$$Q_0(x,y,z) = x^2 - \sqrt{2}xy + \sqrt{3}z^2$$

است. در حالت کلی، فرم مربعی Q دارای متغیرهای $x_1,\dots,x_n$ است و به صورت

$$Q(x_1,\dots,x_n) = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j, \qquad a_{ij} \in \mathbb{R}$$

داده می‌شود. می‌توان فرض کرد که به ازای هر i و j، تساوی $a_{ij} = a_{ji}$ برقرار است.

فرم مربعی Q با ماتریس متقارن $A = [a_{ij}]$ در تناظر است و ناتکین خوانده می‌شود اگر ماتریس A ناتکین باشد. اگر Q ناتکین باشد همهٔ مقادیر

* پژوهشکدهٔ ریاضیات، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

ویژهٔ A حقیقی و ناصفر هستند. Q را نامعین گوییم اگر علامت همهٔ مقادیر ویژهٔ آن یکسان نباشد. به عنوان مثال، ماتریس وابسته به فرم مربعی $Q_{۰}$ که در بالا به آن اشاره شد، ماتریس نامعین و ناتکین

$$A_{۰} = \begin{bmatrix} ۱ & -\frac{\sqrt{۲}}{۲} & ۰ \\ -\frac{\sqrt{۲}}{۲} & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & \sqrt{۳} \end{bmatrix}$$

است. حدس اپنهایم که نهایتاً توسط مارگولیس به اثبات رسید [۵] بدین شرح است:

> **(۱.۲): حدس اپنهایم (۱۹۲۹) ـ قضیهٔ مارگولیس (۱۹۸۶):**
> اگر فرم مربعی Q ناتکین و نامربعی باشد، تصویر $\mathbb{Z}^n$ تحت Q در $\mathbb{R}$ چگال است اگر و تنها اگر Q مضربی از یک فرم مربعی با ضرایب صحیح نباشد.

مثلاً فرم مربعی ناتکین و نامعین

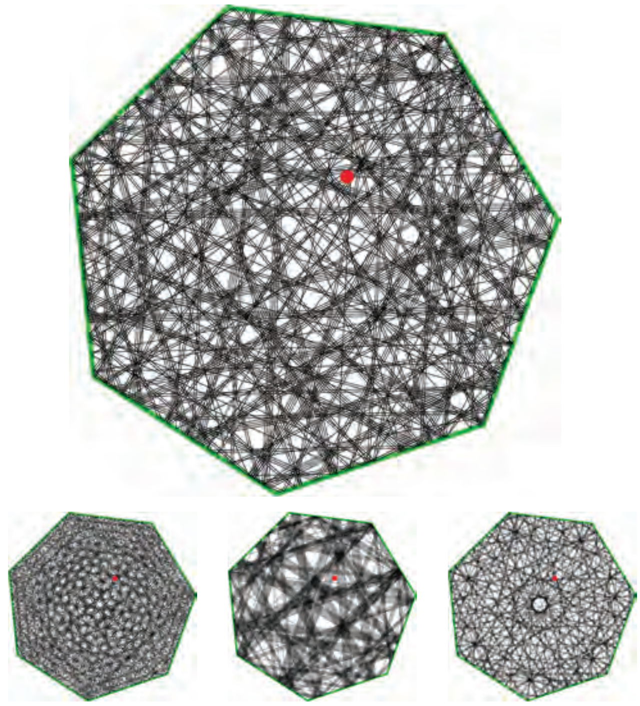
$$Q_{۰}(x,y,z) = x^{۲} - \sqrt{۲}xy + \sqrt{۳}z^{۲}$$

به وضوح مضربی از یک فرم مربعی با ضرایب صحیح نیست، اما نشان دادن اینکه تصویر $\mathbb{Z}^{۳}$ تحت $Q_{۰}$ در $\mathbb{R}$ چگال است همهٔ دشواری‌های اثبات مارگولیس را در خود دارد.

پیش از آنکه در مورد اثبات مارگولیس و ارتباط آن با پژوهش‌های میرزاخانی صحبت کنیم می‌خواهیم نگاهی به یک مسئلهٔ ظاهراً متفاوت بیفکنیم.

۲.۲. مسئلهٔ بیلیارد در چندضلعی‌های محدب. چند ضلعی محدب P را در نظر بگیرید. برای ساده‌تر شدن مسئله فرض کنید تمام زوایای P مضارب گویایی از π باشند. P را یک صفحهٔ بیلیارد در نظر بگیرید. اگر یک توپ بیلیارد در صفحه شلیک شود، پس از هر بار برخورد با کناره‌ها (یعنی اضلاع P) با زاویه‌ای برابر و در جهت معکوس منعکس می‌شود و مسیر خود را ادامه می‌دهد. با فرض شرایط ایده‌آل (عدم وجود اصطکاک و اتلاف انرژی در برخوردها) مسیر توپ تا بینهایت ادامه پیدا می‌کند. در شکل ۱ مسیر یک توپ بیلیارد که در یک هفت ضلعی منتظم با چند زاویهٔ مختلف شلیک شده است پس از بیش از ۴۰۰ بار برخورد با اضلاع هفت ضلعی به تصویرکشیده شده است. در مورد مسیر توپ سئوال‌های مختلفی می‌توان مطرح کرد. از جمله اینکه در چه صورتی توپ در یک مسیر متناوب طی مسیر خواهد کرد.

توجه کنید که اگر دو توپ در فاصله‌ای نزدیک به هم و در یک جهت شلیک شوند مسیر آنها تا زمانی نزدیک به هم، به موازات یکدیگر، و با حفظ فاصله‌ای ثابت ادامه پیدا می‌کند. البته ممکن است پس از گذشت زمان



شکل ۱. مسیر توپ بیلیارد در یک ۷ ضلعی منتظم برای چهار زاویهٔ شلیک متفاوت و پس از حدود ۴۰۰ برخورد.

طولانی به دلیل برخورد با اضلاع مختلفی از P این دو مسیر کاملاً متفاوت شوند. این موضوع باعث پیچیده شدن بررسی این مسئله می‌شود.

با وجود این، اگر یک مسیر تناوبی برای توپ پیدا کنیم، به موازات آن و به فاصلهٔ کمی از آن، بینهایت مسیر تناوبی دیگر یافت می‌شود که در واقع با هم معادل هستند. تعداد مسیرهای متناوب غیرمعادل با طول حداکثر ℓ در صفحه بیلیارد P را با $n_P(\ell)$ نشان می‌دهیم. با این مقدمه، یکی از سئوال‌های اولیه در مورد مسئلهٔ بیلیارد را می‌توان به صورت زیر فرمول‌بندی کرد.

> **(۲.۲) حدس:**
> برای هر صفحهٔ بیلیارد چندضلعی محدب P با زوایای گویا (نسبت به π)، با بزرگ شدن ℓ رفتار مجانبی $n_P(\ell)$ به صورت
> $$n_P(\ell) \sim c_P \cdot \ell^{۲}$$
> توصیف می‌شود که در آن c_P یک مقدار ثابت وابسته به چندضلعی P است.

با وجود پیشرفت‌های قابل توجه در مسیر اثبات حدس (۲.۲)، این حدس

> **(۳.۲) قضیهٔ میزور.**
> برای هر چند ضلعی P با ضرایب گویا، اعداد ثابت $c_۱$ و $c_۲$ وجود دارند به طوری که
> $$c_۱\ell^{۲} < n_P(\ell) < c_۲\ell^{۲}.$$

همچنان حل‌وفصل نشده است. در میان نتایج مهمی که در راستای این حدس به دست آمده است، می‌توان به قضیهٔ زیر از هاوارد میزور اشاره کرد [۶].

قضیهٔ زیر [۱] بهترین نتیجهٔ شناخته شده در مورد حدس (۲.۲) است:

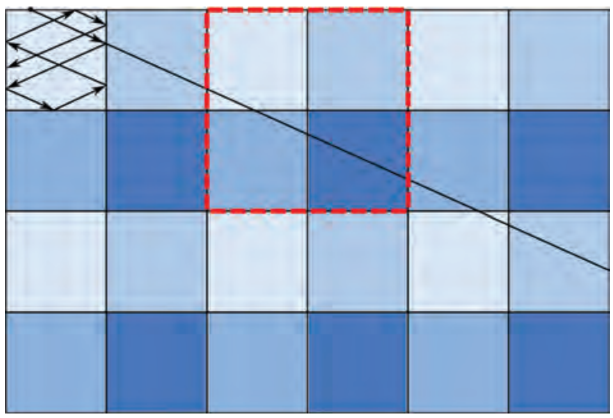
(۴.۲) قضیهٔ اسکین ـ میرزاخانی ـ محمدی (۲۰۱۲): حدس ۲.۲ برای هر چند ضلعی P با زوایای گویا به طور میانگین برقرار است. به عبارت دیگر حد

$$c_P = \lim_{\ell\to\infty} \frac{1}{\log \ell}\int_0^\ell \frac{n_P(x)}{x^3}dx$$

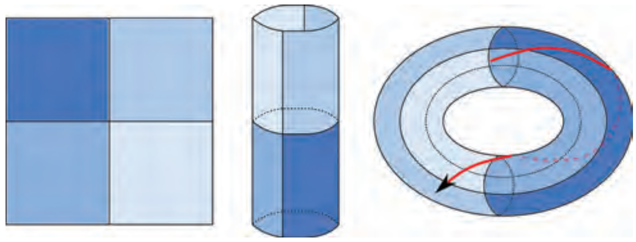
برای هر چندضلعی P وجود دارد.

ابزار لازم برای اثبات قضیهٔ ۴.۲ شباهت‌های زیادی به ابزاری دارد که برای اثبات حدس اینهایم مورد استفاده قرار گرفت. این ابزار که به نظریهٔ راتنر معروف است در سال ۲۰۱۲ توسط اسکین و میرزاخانی به مقدار قابل ملاحظه‌ای تعمیم یافت تا امکان حمله به مسائلی از جنس حدس (۲.۲) را ایجاد کند. در بخش‌های بعدی و پس از مرور پاره‌ای از مقدمات لازم به این موضوع بازمی‌گردیم. با وجود این، بهتر است قبل از اتمام این بخش کمی در مورد مثال کلاسیک صفحهٔ بیلیارد مستطیل‌شکل صحبت کنیم.

فرض کنید مسیر توپ برای اولین بار به یکی از اضلاع مستطیل بیلیارد برسد. به جای آنکه توپ را نسبت به ضلع منعکس کنیم، می‌توانیم صفحهٔ بیلیارد را نسبت به ضلع منعکس کنیم و به توپ اجازه دهیم مسیر مستقیم خود را در صفحهٔ جدید طی کند. با ادامهٔ این روند به مسیری مستقیم در صفحه می‌رسیم که از مستطیل‌های مختلفی می‌گذرد. هر یک از این مستطیل‌ها با تعدادی انعکاس از مستطیل اولیه به دست آمده‌اند. همان گونا که در شکل ۲ نیز دیده می‌شود چهار نوع مستطیل در صفحه قابل تشخیص است. از این مستطیل‌هایِ کنار هم چیده شده می‌توان مشبکه‌ای ساخت و آن را با $\mathbb{Z}^2$ یکی گرفت به طوری که هر ناحیه به شکل $[m,m+1]\times[n,n+1]$ در $\mathbb{R}^2$ اجتماعی از ۴ صفحهٔ بیلیارد از انواع مختلف باشد. به سادگی می‌توان



شکل ۲. مسیر توپ بیلیارد در یک مستطیل در مشبکه‌ای که از انعکاس‌های مستطیل نسبت به اضلاع آن به دست می‌آید به یک خط مستقیم تبدیل می‌شود.



شکل ۳. از یکی کردن اضلاع روبه‌رو در مربعی که توسط $\mathbb{Z}^2\subset\mathbb{R}^2$ مشخص می‌شود، یک چنبره به دست می‌آید که خطوط مشبکه به ژئودزیک‌های آن تبدیل می‌شوند.

مشاهده کرد که $n_P(\ell)$ در این حالت برابر است با تعداد نقاط با مختصات صحیح در گوی یا بیضی به مساحت $\lambda_P\ell^2$ که در آن λ_P ثابتی است که به مستطیل انتخاب شده بستگی دارد. با توجه به این نکته، اثبات حدس (۲.۲) در این حالت دشوار نیست.

با یکی کردن اضلاع مقابل یکی از مربع‌های 1×1 که توسط $\mathbb{Z}^2\subseteq\mathbb{R}^2$ مشخص می‌شود، به یک چنبره می‌رسیم که با فضای خارج‌قسمتی $\mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$ یکریخت است. مسیر توپ در واقع مسیری مستقیم ــ یا به عبارت دیگر یک ژئودزیک ــ روی این چنبره است. با این بیان، مفهوم آنچه در بالا مشاهده کردیم آن است که تعداد ژئودزیک‌های بسته (یعنی نگاشتن‌های $\mathbb{R}$ توسط ایزومتری‌های موضعی روی چنبره) که غیرمعادل هستند و طولی کمتر از ℓ دارند مجانب است با $c\ell^2$.

۳. شمارش مسیرهای تناوبی روی رویه‌ها

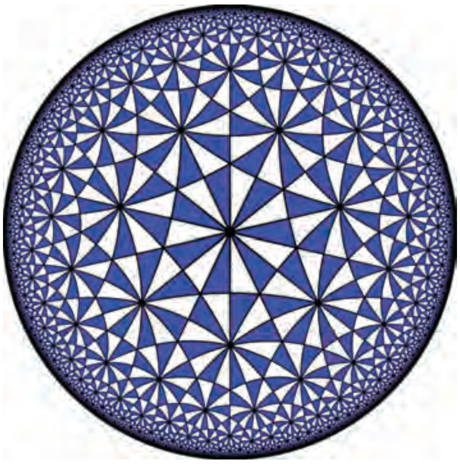
چنبرهٔ تک‌حفره‌ای که در انتهای بخش قبل با آن مواجه شدیم تنها رویهٔ بسته (فشرده و بدون مرز) جهت‌داری است که روی آن می‌توان ساختاری تخت قرار داد. در واقع هر مشبکهٔ $\Lambda\subseteq\mathbb{R}^2$ چنبرهٔ $\mathbb{R}^2/\Lambda$ را مشخص می‌کند و ساختار تخت روی $\mathbb{R}^2$ هم یک ساختار تخت روی چنبرهٔ یاد شده می‌دهد. چنین مشبکه‌هایی در تناظر با نقاط $GL_2(\mathbb{R})/GL_2(\mathbb{Z})$ هستند.

رویه‌های بستهٔ دو بعدیِ جهت‌پذیر البته متنوع‌تر هستند و با گونا (یا تعداد حفره‌های) آنها مشخص می‌شوند این گونا معمولاً با g نشان داده می‌شود. اگر $g>1$ باشد، هیچ ساختار تختی روی رویه نمی‌توان گذاشت مگر آنکه در تعدای از نقطه‌ها تکینگی مشاهده شود. اگر ساختار تخت دقیقاً در n نقطه تکین باشد و دنبالهٔ اعداد صحیح $(d_1,\ldots,d_n)$ تکینگی ساختار تخت را نشان دهد (به تعریف این تکینگی بازخواهیم گشت) خواهیم داشت:

$$d_1+d_2+\cdots+d_n=2g-2.$$

در واقع ساختار طبیعی روی رویه‌های با گونای $g>1$ یک ساختار هذلولوی است: یعنی رویه‌های با گونای $g>1$ دارای هندسه‌ای هستند که موضعاً با هندسهٔ نیم‌صفحهٔ بالا

$$\mathbb{H}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 | y>0\},$$



شکل ۴. قرص پوانکاره و هندسهٔ هذلولوی روی آن.

و متریک $\frac{dx^2+dy^2}{y^2}$ روی آن و یا معادلش قرص واحد پوانکاره

$$\mathbb{D}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,|\, x^2+y^2<1\}$$

با متریک هذلولوی $\frac{4(dx^2+dy^2)}{(1-(x^2+y^2))^2}$ روی آن، داده می‌شود. در قرص پوانکاره خطوط مستقیم (ژئودزیک‌ها) قطاع‌های دایره‌هایی هستند که بر دایرهٔ واحد عمودند. برخی از این دایره‌ها در شکل ۴ نمایش داده شده‌اند. در هندسهٔ هذلولوی، مجموع زوایای یک مثلث کمتر از π است و این تفاوت دقیقاً در تناسب با مساحت مثلث یادشده است.

متریک یادشده روی نیم‌صفحهٔ بالا که به متریک هذلولوی معروف است گروه نسبتاً بزرگی از ایزومتری‌ها دارد. این گروه از ایزومتری‌ها (با فرض جهت‌پذیر بودن) قابل انطباق بر گروه

$$\mathrm{PSL}_2(\mathbb{R})=\frac{\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})}{\pm\left[\begin{smallmatrix}1&0\\0&1\end{smallmatrix}\right]}=\frac{\left\{\left[\begin{smallmatrix}a&b\\c&d\end{smallmatrix}\right] \,|\, a,b,c,d\in\mathbb{R}, ad-bc=1\right\}}{\pm\left[\begin{smallmatrix}1&0\\0&1\end{smallmatrix}\right]}$$

است. عمل عضو $\sigma=\left[\begin{smallmatrix}a&b\\c&d\end{smallmatrix}\right]$ از این گروه روی نقطهٔ z از $\mathbb{H}\subseteq\mathbb{C}$ با نگاشتن این نقطه به $\frac{az+b}{cz+b}\in\mathbb{C}$ تعریف می‌شود. توجه کنید که شرط $ad-bc=1$ نتیجه می‌دهد $\sigma(z)\in\mathbb{H}$.

به ازای هر رویهٔ S با گونای $g>1$ می‌توان زیرگروه‌هایی مانند Λ از $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{R})$ یافت که اولاً عمل Λ روی $\mathbb{H}$ گسسته باشد و ثانیاً حجم $\mathrm{vol}(\mathbb{H}/\Lambda)$ متناهی باشد و ثالثاً یک وابرریختی (دیفیومرفیسم) مانند f از $\mathbb{H}/\Lambda$ به S موجود باشد. چنین زیرگروه‌هایی البته بسیار متنوع هستند. توجه کنید که Λ به عنوان یک گروه مجرد، یکریخت با گروه بنیادی S است. ساختار هذلولوی $\mathbb{H}$ یک ساختار هذلولوی (و از جمله یک متریک) روی $\mathbb{H}/\Lambda$ القا می‌کند و با کمک گرفتن از وابرریختی f یک ساختار هذلولوی روی S به دست می‌آید. برعکس، هر ساختار هذلولوی روی S متناظر است با زیرگروه‌هایی مانند Λ با شرایط بالا و وابرریختی‌هایی مانند f از $\mathbb{H}/\Lambda$ به S. اگر وابرریختی f را با یک ایزوتوپی تغییر دهیم، ساختار هذلولوی حاصل روی S را می‌توان ناشی از تغییر ساختار هذلولوی روی نیم‌صفحهٔ بالایی $\mathbb{H}$ دانست. لذا، تنها ردهٔ وابرریختی f در گروه رده‌های نگاشت (mapping class group) در تعیین ساختار هذلولوی مؤثر است. خانوادهٔ چنین ساختارهایی (متشکل از زیرگروه Λ و ردهٔ وابرریختی f در گروه رده‌های نگاشت وابسته به رویهٔ S) خود ساختار هندسی غنی و زیبایی دارد و خمینه‌ای است از بعد $6g-6$. این فضا را با $\mathcal{T}_S$ نشان می‌دهیم و به آن فضای تایشمولر (Teichmüller space) مربوط به رویهٔ S می‌گوییم. از آنجا که ساختار هموار روی رویهٔ S با گونای آن مشخص می‌شود، با تثبیت S می‌توان از فضای تایشمولر $\mathcal{T}_g$ بدون ارجاع به رویهٔ S سخن گفت. به این ترتیب، ساختار طبیعی هندسی روی یک رویهٔ با گونای $g>1$ ساختار هذلولوی است و نه ساختاری تخت.

اگر به مسئلهٔ بیلیارد بازگردیم، مسیرهای روی رویهٔ تخت $\mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$ که به میز بیلیارد مستطیل شکل نسبت داده می‌شود در واقع ژئودزیک‌های این چنبره هستند و مسیرهای متناوب، ژئودزیک‌های بستهٔ آن. یادآوری می‌کنیم که ژئودزیک‌ها ایزومتری‌های موضعی از $\mathbb{R}$ به رویه هستند. در مورد تعداد ژئودزیک‌های بسته با طول کمتر از ℓ روی یک رویه به شکل $S=\mathbb{H}/\Lambda$ از بیش از هفتاد سال پیش ریاضیدانان می‌دانستند که این تعداد که آن را با $N_\Lambda(\ell)$ نشان می‌دهیم مجانب است با e^ℓ/ℓ. این قضیه، به علت تشابه آن با قضیهٔ اعداد اول، به قضیهٔ اعداد اول برای ژئودزیک‌ها معروف است.

اما اگر همین سوال را در مورد ژئودزیک‌هایی مطرح کنیم که ساده هستند، یعنی خود را قطع نمی‌کنند، مسئله بسیار پیچیده می‌شود. رفتار مجانبی تعداد ژئودزیک‌های ساده و بسته که طول آنها کمتر از ℓ است، و آن را با $n_\Lambda(\ell)$ نشان می‌دهیم، با رفتار مجانبی $N_\Lambda(\ell)$ متفاوت خواهد بود. قضیهٔ زیبای زیر یکی از دستاوردهای مهم و عمیق رسالهٔ دکتری مریم میرزاخانی است [۱۰].

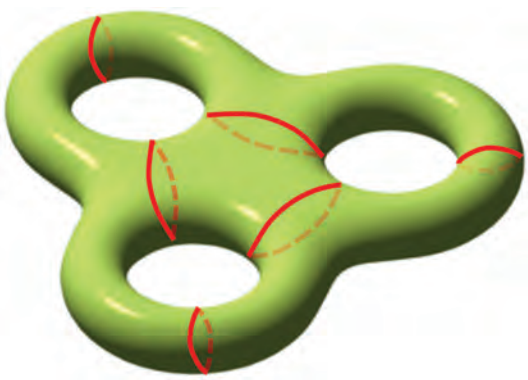
(۱.۳) قضیهٔ میرزاخانی (۲۰۰۴):
$n_\Lambda(\ell)$ مجانب است با $c_\Lambda \ell^{6g-6}$ که در آن c_Λ یک ثابت است.

قضیهٔ (۱.۳) در واقع قضیهٔ اعداد اول برای ژئودزیک‌های سادهٔ بسته روی رویه‌های هذلولوی است!

هرچند این قضیه به یک ساختار هذلولوی خاص مربوط می‌شود، و نه همهٔ چنین ساختارهایی، اثبات مریم میرزاخانی از قضیهٔ بالا از طریق مطالعهٔ فضای تایشمولر $\mathcal{T}_g$ (وابسته به رویه‌ای از گونای g) است. خودریختی‌های این فضا که همان گروه رده‌های نگاشت برای یک رویه از گونایِ g، یا Mod_g است روی فضای تایشمولر $\mathcal{T}_g$ عمل می‌کند و خارج قسمت آن فضای پرمایش (moduli space) رویه‌های ریمان از گونایِ g است:

$$\mathcal{M}_g=\mathcal{T}_g/\mathrm{Mod}_g$$

هر نقطه از $\mathcal{M}_g$ را به طور معادل می‌توان ردهٔ یکریختیِ یک ساختار مختلط روی S فرض کرد. هر رویهٔ دو بعدی به همراه یک ساختار مختلط را رویهٔ ریمان می‌گویند. ریمان مشاهده کرده بود که انتخاب یک رویهٔ ریمان



شکل ۵. یک رویهٔ هذلولوی از گونایِ g را می‌توان از روی $۳g-۳$ ژئودزیک سادهٔ بسته برید و به $۲g-۲$ شلوارک هذلولوی تجزیه کرد.

به $۶g-۶$ پارامتر (modulus) بستگی دارد. لذا $\mathcal{M}_g$ بدین معنا فضای پرمایش (پارامتری‌سازی) رویه‌های ریمان از گونایِ g است.

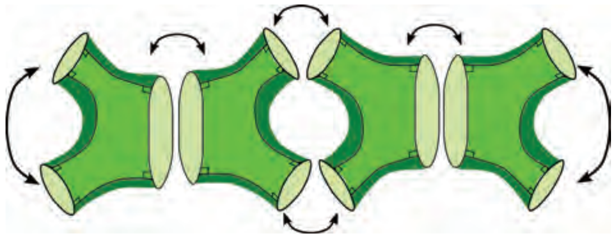
$\mathcal{M}_g$ و $\mathcal{T}_g$ ساختارهای هندسی جالب و اسرارآمیزی دارند و موضوع مطالعات ریاضی بسیار عمیقی بوده‌اند. تعداد نشان‌های فیلدزی که به مطالعهٔ $\mathcal{M}_g$ مرتبط هستند نسبتاً زیاد است و کارهای مریم میرزاخانی از جملهٔ مهم‌ترین آنهاست. در اینجا و به این بهانه، به شرح قسمتی از ریاضیات مربوط به $\mathcal{M}_g$ و $\mathcal{T}_g$ می‌پردازیم.

اگر رویهٔ S ساختاری هذلولوی به صورت $\mathbb{H}/\Lambda$ داشته باشد، این ساختار با ردهٔ ترویج زیرگروه Λ از $\mathrm{PSL}_۲(\mathbb{R})$ مشخص می‌شود. اگر γ یک خم سادهٔ بسته روی S باشد که ردهٔ هوموتوپی نابدیهی دارد، یک ژئودزیک یکتا در ردهٔ γ روی S به دست می‌آید. با این مقدمه، اگر مجموعهٔ $۳g-۳$ خم ساده بسته‌ای را که در شکل ۵ نشان داده شده است روی S در نظر بگیریم، در ردهٔ هر یک از آنها یک ژئودزیک به دست می‌آید که طول آنها مجموعهٔ طول‌های $(\ell_۱,\ell_۲,\dots,\ell_{۳g-۳})$ را می‌دهد. اگر S را روی $\gamma_۱,\dots,\gamma_{۳g-۳}$ ببُریم، تعداد $۲g-۲$ قطعه به دست می‌آید که هر یک شبیه یک شلوارک است، ساختار هذلولوی دارد، و مرز آن از ۳ ژئودزیک سادهٔ بسته تشکیل شده است. قضیهٔ نه چندان دشواری در هندسهٔ هذلولوی می‌گوید که ساختار هذلولوی هر شلوارک با طول ۳ مؤلفهٔ مرزی آن به طور یکتا مشخص می‌شود. به این ترتیب، دنبالهٔ $(\ell_۱,\dots,\ell_{۳g-۳})$ ساختار هذلولوی را روی شلوارک‌ها تعیین می‌کند.

اما برای چسباندن شلوارک‌ها روی خم‌های $\gamma_۱,\dots,\gamma_{۳g-۳}$ آزادی عملی در حد یک دوران وجود دارد. اگر پارامتر مربوط به دوران با γ_i را با θ_i نشان دهیم، هرچند مبدأ مرجعی برای سنجیدن زاویهٔ θ_i وجود ندارد، اما این پارامتر در حد اضافه کردن یک ثابت، خوش تعریف است. به این ترتیب دستگاه مختصات

$$(\ell_۱,\ell_۲,\dots,\ell_{۳g-۳},\theta_۱,\theta_۲,\dots,\theta_{۳g-۳})$$

روی $\mathcal{T}_g$ به دست می‌آید که هر ℓ_i عددی حقیقی و مثبت است و هر θ_i عددی است حقیقی. از اینجا معلوم می‌شود که $\mathcal{T}_g$ یک خمینهٔ $۶g-۶$ بعدی



شکل ۶. از چسباندن $۲g-۲$ شلوارک هذلولوی که مؤلفه‌های مرزی متناظر در فرایندِ چسباندن طول برابری دارند یک رویهٔ هذلولوی از گونایِ g به دست می‌آید. هنگام چسباندن دو مؤلفهٔ مرزی آزادی عملی در حد انتخاب زاویهٔ دوران وجود دارد.

است که با استفاده از دستگاه مختصات یادشده می‌توان آن را با

$$(\mathbb{R}^{>۰})^{۳g-۳}\times\mathbb{R}^{۳g-۳}$$

یکی گرفت. به این دستگاه مختصات، دستگاه مختصات نیلسن (Nielsen) یا فنشل ـ نیلسن (Fenchel-Nielsen) گفته می‌شود.

اگر $f:S\to S$ یک یکریختی جهت نگهدار S باشد، ساختار هذلولوی روی برد f را می‌توان بر روی دامنهٔ آن عقب‌کشید و ساختار هذلولوی دیگری به دست آورد. اگر f ایزوتوپ باهمانی باشد، تفاوت ساختار هذلولوی جدید با ساختار هذلولوی اولیه در حد عوض کردن ساختار در $\mathbb{H}$ است. چنین تفاوت‌هایی را در $\mathcal{T}_g$ نادیده می‌گیریم. لذا آنچه در ساختار هذلولوی جدید با قبل متفاوت است تنها به ردهٔ ایزوتوپی f بستگی دارد. مجموعهٔ چنین رده‌های ایزوتوپی گروه رده‌های نگاشت یک رویهٔ گونایِ g را تشکیل می‌دهد که آن را با Mod_g نشان می‌دهیم. Mod_g یک گروه گسسته است و لذا $\mathcal{M}_g=\mathcal{T}_g/\mathrm{Mod}_g$ هم خمینه‌ای (یا به معنای دقیق‌تر، یک اُربیفلد) است از بعد $۶g-۶$ که، همچنان که اشاره کردیم، به آن فضای پرمایش رویه‌های ریمان از گونایِ g گفته می‌شود.

روی $\mathcal{T}_g$ می‌توان ۲ـفرم بستهٔ

$$\omega=d\ell_۱\wedge d\theta_۱+d\ell_۲\wedge d\theta_۲+\cdots+d\ell_{۳g-۳}\wedge d\theta_{۳g-۳}$$

را در نظر گرفت که ناتکین است. یعنی عبارت زیر

$$\underbrace{\omega\wedge\omega\wedge\dots\wedge\omega}_{\text{بار } ۳g-۳}$$

یک عنصر حجم برای $\mathcal{T}_g$ است. از آنجا که Mod_g این فرم را حفظ می‌کند، به فرم همتافته‌ای طبیعی روی $\mathcal{M}_g$ می‌رسیم که به نوبهٔ خود عنصر حجم $\omega^{۳g-۳}$ را روی $\mathcal{M}_g$ مشخص می‌کند.

با همین روش می‌توان ساختارهای هذلولوی روی رویه‌های با گونایِ g و n مؤلفهٔ مرزی ژئودزیک را که طول آنها از قبل برابر با $L_۱,\dots,L_n$ تعیین شده است بررسی کرد. حاصل کار، فضای تایشمولر $\mathcal{T}_g(L_۱,\dots,L_n)$ است که ساختار خمینه‌ای از بعد $۶g-۶+۲n$ را دارد و روی آن مختصات نیلسن

$$(\ell_۱,\ell_۲,\dots,\ell_{۳g-۳+n},\theta_۱,\theta_۲,\dots,\theta_{۳g-۳+n})$$

و دو فرم همتافته (یعنی بسته و ناتکین) ω هم داده شده است. به علاوه، فضای پرمایش چنین رویه‌هایی با تقسیم فضای تایشمولر بر عمل گروه رده‌های نگاشت رویه‌ای با گونایِ g و n مؤلفهٔ مرزی، یعنی $\mathrm{Mod}_{g,n}$ قابل تعریف است:

$$\mathcal{M}(L_1,\dots,L_n)=\mathcal{T}(L_1,\dots,L_n)/\mathrm{Mod}_{g,n}.$$

دو فرم همتافتهٔ ω یک ۲ـفرم همتافته را که همچنان با ω نمایش داده می‌شود روی $\mathcal{M}_g(L_1,\dots,L_n)$ القا می‌کند و فرم همتافتهٔ اخیر هم به نوبهٔ خود عنصر حجم ω^{3g-3+n} را روی $\mathcal{M}_g(L_1,\dots,L_n)$ تعیین می‌کند. به این ترتیب می‌توان حجم $\mathcal{M}_g(L_1,\dots,L_n)$ را تعریف کرد:

$$P_{g,n}(L_1,\dots,L_n)=vol(\mathcal{M}_g(L_1,\dots,L_n))$$
$$=\int_{\mathcal{M}_g(L_1,\dots,L_n)}\omega^{3g-3+n}.$$

به عنوان مثال، یکی از محاسبات میرزاخانی نشان می‌دهد:

$$P_{1,1}(L)=\frac{1}{24}(L^2+4\pi^2).$$

تا قبل از رسالهٔ دکتری میرزاخانی تنها $P_{g,n}(0,0,\dots,0)$ دانسته شده بود. میرزاخانی روابطی بازگشتی برای محاسبهٔ $P_{g,n}(L_1,\dots,L_n)$ به دست آورد. از جملهٔ نتایج این روابط بازگشتی قضیهٔ جالب توجه زیر است [۸]:

(۲.۳) قضیهٔ میرزاخانی (۲۰۰۴):
$P_{g,n}(L_1,\dots,L_n)$ یک چند جمله‌ای با متغیرهای $L_1,\dots,L_n$ و ضرایب در $Q[\pi]$ است. به عبارت دیگر، اعداد گویای $c_{\alpha_1,\dots,\alpha_n}$ وجود دارند به طوری که

$$P_{g,n}(L_1,\dots,L_n)=\sum_{\substack{\alpha_1+\cdots+\alpha_n=N-d\\ d\geq 0}} c_{\alpha_1,\dots,\alpha_n}\pi^d(L_1^{2\alpha_1},\dots,L_n^{2\alpha_n})$$

که در آن $N=3g-3+n$. چندجمله‌ای‌های $P_{g,n}$ با روشی بازگشتی قابل محاسبه هستند.

قضیهٔ میرزاخانی در مورد رفتار مجانبی $n_\Lambda(\ell)$ به طرز شگفت‌آوری با این محاسبهٔ حجم مرتبط است و از آن نتیجه می‌شود. اما این ارتباط، تنها شگفتیِ پنهان در محاسبهٔ حجم $\mathcal{M}_g(L_1,\dots,L_n)$ نیست. اگر همهٔ طول‌های $(L_1,\dots,L_n)$ صفر باشند فضای رده‌بندی رویه‌های ریمان، یعنی $\mathcal{M}_{g,n}=\mathcal{M}_g(0,\dots,0)$ به دست می‌آید که موجودی آشنا در هندسهٔ جبری است. در هندسهٔ جبری معمولاً فشرده‌سازی خاص $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$ از $\mathcal{M}_{g,n}$ در نظر گرفته می‌شود که شبیه یک واریتهٔ جبری است. هر یک از مؤلفه‌های مرزی که اکنون به یک نقطه تبدیل شده است یک ردهٔ کوهومولوژی روی $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$ تعیین می‌کند که با روشی هندسی ساخته می‌شود. این رده‌های کوهومولوژی را با $\psi_1\dots,\psi_n$ نشان می‌دهیم.

(۳.۳) حدس ویتن ـ قضیهٔ کانتسویچ (۱۹۹۲):
انتگرال‌های

$$\int_{\bar{\mathcal{M}}_{g,n}}\psi_1^{\alpha_1}\dots\psi_n^{\alpha_n}$$

برای دنباله‌های $\alpha_1,\dots,\alpha_n$ از اعداد صحیح نامنفی که در رابطهٔ $\alpha_1+\cdots+\alpha_n=3g-3+n$ صدق می‌کنند، با روشی بازگشتی قابل محاسبه هستند.

حدس ویتن در سال ۱۹۹۲ توسط کانتسویچ به اثبات رسید [۴] و این اثبات از دلایل مهم اعطای مدال فیلدز به کانتسویچ در سال ۱۹۹۸ بود. میرزاخانی نشان داد که این انتگرال‌ها درواقع تعدادی از ضرایب چندجمله‌ای‌های حجم $P_{g,n}(L_1,\dots,L_n)$ هستند که او راه روشنی برای محاسبهٔ بازگشتی آن یافته بود. به این ترتیب، با استفاده از قضیهٔ (۲.۳)، حدس (۳.۳) نتیجهٔ سریع قضیهٔ زیر [۹] از اوست.

(۴.۳) قضیهٔ میرزاخانی (۲۰۰۴):
اگر $N=3g-3+n$ و $\alpha_1+\cdots+\alpha_n=N-d$، آنگاه داریم:

$$c_{\alpha_1,\dots,\alpha_n}\pi^d=\frac{1}{2^{N-d}d!(N-d)!}\int_{\bar{\mathcal{M}}_{g,n}}\psi_1^{\alpha_1}\dots\psi_n^{\alpha_n}\omega^d.$$

۴. یک رهیافت برای چند مسئله

۱.۴. ظهور گروه $\mathbf{SL}_2(\mathbb{R})$. با وجود زیبایی ذاتی و سادگی دو مسئلهٔ مقدماتی که در بخش دوم به آنها اشارهٔ مختصری کردیم، اهمیت آنها نزد ریاضیدانان شاید دلایل بسیار عمیق‌تری دارد. در این بخش سعی می‌کنیم این دو مسئله را از منظری دیگر طرح کنیم که برخی از این دلایل پنهان را نیز برملا می‌کند. به این ترتیب صورت دقیق‌تری از قضایای میرزاخانی و همکاران او هم به دست خواهیم آورد.

ابتدا به سراغ مسئلهٔ اول می‌رویم. قبل از مارگولیس ریاضیدانان متوجه شده بودند که اثبات حدس اپنهایم در حالت $n=3$، حالت کلی آن را نتیجه خواهد داد. لذا در ادامه، توجه خود را به فرم‌های مربعی با ۳ متغیر معطوف می‌کنیم.

اگر Q یک فرم مربعی با ۳ متغیر باشد، متناظر با Q می‌توان زیرگروه

$$H_Q=\{g\in \mathrm{SL}_3(\mathbb{R})|Q((x,y,z)g)=Q(x,y,z)\}$$

از $\mathrm{SL}_3(\mathbb{R})$ را در نظر گرفت. H_Q یک گروه لی نسبتاً بزرگ است و بالاخص زیرگروهی دارد که با $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ یکریخت است. یادآوری می‌کنیم که $\mathrm{SL}_k(\mathbb{R})$ گروه ماتریس‌های $k\times k$ با درایه‌های در $\mathbb{R}$ است که دترمینان آنها برابر است با ۱.

برای هر عضو $g \in H_Q$، تصویر $\mathbb{Z}^۳$ تحت g که آن را با Λ_g نمایش می‌دهیم یک مشبکه در $\mathbb{R}^۳$ است، یعنی یک زیرگروه گسسته از $\mathbb{R}^۳$ به طوری که حجم طبیعی فضای خارج قسمتی $\mathbb{R}^۳/\Lambda_g$ متناهی و برابر است با ۱. در واقع اگر قرار دهیم

$$X_۳ = \{\Lambda \subseteq \mathbb{R}^۳ | \Lambda : \text{زیرگروه گسسته} \quad \text{و} \quad \mathrm{vol}(\mathbb{R}^۳/\Lambda) = ۱\}$$

گروه H_Q ــ و در نتیجه $\mathrm{SL}_۲(\mathbb{R})$ به عنوان زیرگروهی از H_Q ــ روی $X_۳$ عمل می‌کند. در این حالت، هدف ما این است که نشان دهیم برای فرم‌های Q که مضربی از یک فرم صحیح نیستند، مدار $\mathbb{Z}^۳$ تحت عمل گروه $\mathrm{SL}_۲(\mathbb{R})$ در $X_۳$ چگال است. به عبارت دیگر، مسئلهٔ مورد نظر قابل ترجمه به وضعیتی است که در آن $\mathrm{SL}_۲(\mathbb{R})$ روی یک فضای متقارن و همگن مانند X عمل می‌کند و بررسی مدار یک نقطهٔ خاص $x \in X$ برای ما اهمیت دارد.

فعلاً صورت مسئله‌ای را که مارگولیس با آن مواجه بود در همین وضعیت رها می‌کنیم و به بیلیارد بازمی‌گردیم در مورد صفحات بیلیارد دلخواه هم می‌توان فرایندی را شبیه آنچه برای مستطیل انجام دادیم تکرار کرد.

برای این مقصود، فرض کنید P یک k ضلعی محدب باشد که زوایای آن در جهت پاد ساعتگرد با دنبالهٔ

$$\frac{n_۱\pi}{m_۱}, \frac{n_۲\pi}{m_۲}, \ldots, \frac{n_k\pi}{m_k}$$

داده می شود. فرض کنید M کوچکترین مضرب مشترک اعداد صحیح $m_۱, \ldots, m_k$ باشد. به این ترتیب می‌توان P را به گونایی در صفحهٔ اقلیدسی قرار داد که جهت‌های اضلاع مختلف آن متناظر با زاویه‌هایی در مجموعهٔ زوایای

$$\left\{ \frac{\pi i}{۲M} \middle| i = ۰, ۱, \ldots, ۲M - ۱ \right\}$$

باشند.

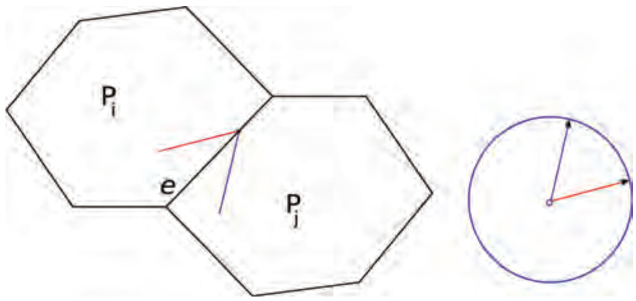
زاویهٔ دلخواه $۰ < \theta < \frac{\pi}{M}$ را تثبیت کرده $۲M$ نسخه از چندضلعی P را با اعداد $۱, \ldots, ۲M$ شماره‌گذاری کنید. جهت‌گذاری روی نسخه‌هایی که اندیس فرد دارند مطابق با جهت استاندارد اقلیدسی روی صفحه و جهت‌گذاری روی نسخه‌هایی که اندیس زوج دارند مخالف جهت استاندارد اقلیدسی انتخاب می‌شود. انعکاس‌های θ نسبت به جهت‌های مربوط به اضلاع چند ضلعی در مجموعهٔ زوایای

$$\left\{ \theta \pm \frac{i\pi}{M} \;\middle|\; i = ۰, ۱, \ldots, M - ۱ \right\}$$

قرار می‌گیرند. قرار می‌دهیم

$$\theta_j = \theta - (-۱)^j \frac{\lfloor \frac{j}{۲} \rfloor \pi}{M}, \quad j = ۱, \ldots, ۲M.$$

حال به یکی از اضلاع چندضلعی P_i که آن را e می نامیم نگاه می‌کنیم و خطی با جهت θ_i را نسبت به ضلع یاد شده انعکاس می‌دهیم. خط جدید



شکل ۷. خطی که در چندضلعی P_i با زاویهٔ θ_i مشخص می‌شود را نسبت به ضلع e انعکاس می‌دهیم تا خطی با زاویهٔ θ_j به دست آید. در این صورت P_i و P_j را روی ضلع e به هم می‌چسبانیم.

در تناظر با یک زاویهٔ θ_j خواهد بود. در این صورت ضلع e در چندضلعی P_i را به ضلع متناظر با e در چندضلعی P_j می چسبانیم. به این ترتیب اضلاع چندضلعی‌های $P_۱, \ldots, P_{۲M}$ دو به دو به هم می‌چسبند و رویه‌ای را به دست می‌دهند که در مکمل رئوس چندضلعی‌ها ساختاری تخت و هندسه‌ای اقلیدسی دارد. در رئوس چندضلعی‌ها ساختار تخت ممکن است تکین باشد. در واقع مجموع زوایا در نقطه‌هایی که با رأس iام چندضلعی P در تناظر هستند برابر است با $۲n_i\pi$. با توجه به اینکه در مجموع $۲M$ نسخه از راس iام که هر یک زاویه‌ای برابر با $\frac{n_i\pi}{m_i}$ همراه خود دارند در رویه به هم می‌چسبند، مشاهدهٔ بالا نشان می‌دهد که پس از اتمام فرایند چسباندن، دقیقاً $\frac{M}{m_i}$ نسخه از رأس iام روی رویه مشاهده می‌شود.

رویه‌ای را که به این ترتیب به دست می‌آید S_P می‌نامیم. توجه کنید که چند ضلعی‌های $P_۱, \ldots, P_{۲M}$ یک سلول‌بندی از رویهٔ S_P را به دست می‌دهند که دارای $۲M$ سلول دو بعدی، kM ضلع و $M(\frac{۱}{m_۱} + \cdots + \frac{۱}{m_k})$ رأس است. به این ترتیب اگر گونایِ رویهٔ S_P را با g_P نشان دهیم، با محاسبهٔ شاخص اویلر برای S_P رابطهٔ زیر را به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} ۲ - ۲g_P &= M \left(۲ - k + \sum_{i=۱}^{k} \frac{۱}{m_i} \right) \\ &= M \sum_{i=۱}^{k} \frac{۱ - n_i}{m_i}. \end{aligned}$$

توجه کنید که برقراری آخرین تساوی نتیجه‌ای از این واقعیت است که مجموع زوایا در kضلعی P برابر است با $(k - ۲)\pi$.

تکینگی ساختار تخت در $\frac{M}{m_i}$ نقطه روی S_P که در تناظر با رأس iام چندضلعی P هستند برابر است با $n_i - ۱$. بنابراین متناظر با P یک دنبالهٔ $(d_۱, \ldots, d_n)$ از اعداد صحیح مثبت به دست می‌آید که در آن $n_i - ۱$، به شرط مثبت بودن، $\frac{M}{m_i}$ مرتبه تکرار می‌شود. به عبارت دیگر، S_P رویه‌ای است که در مکمل n نقطه دارای ساختاری تخت است و متناظر با این نقطه‌ها مجموع زوایا در نقطهٔ iام برابر است با $۲\pi(d_i + ۱)$. در این صورت، گونایِ رویهٔ S_P در رابطهٔ

$$g_S = \frac{۲ + d_۱ + \cdots + d_n}{۲}$$

صدق می‌کند.

خانوادهٔ تمام چنین رویه‌های تختی را که تکینگی ساختار تخت آنها با دنبالهٔ $(d_1,\dots,d_n)$ در تناظر است با $\mathcal{H}(d_1,\dots,d_n)$ نمایش می‌دهیم. اگر چندضلعی P رویهٔ $S_P \in \mathcal{H}(d_1,\dots,d_n)$ را به دست دهد و $\sigma = \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right) \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ عضوی دلخواه باشد، ساختار تخت روی چندضلعی P و درنتیجه ساختار تخت روی رویهٔ S_P را می‌توان با استفاده از σ تغییر داد. این کار البته تکینگی ساختار تخت در نقاط تکینگی را تغییر نمی‌دهد. به این ترتیب رویهٔ جدید

$$\sigma(S_P) \in \mathcal{H}(d_1,\dots,d_n)$$

به دست می‌آید. به عبارت دیگر، با این روش یک عمل گروه $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ روی $\mathcal{H}(d_1,\dots,d_n)$ به دست می‌آید.

ساختار تخت S_P یک ساختار مختلط طبیعی روی آن به دست می‌دهد که در واقع از روی ساختار مختلط $P \subseteq \mathbb{C}$ ساخته می‌شود. این ساختار که در مکمل نقاط تکین تعریف شده است به راحتی به این نقاط هم گسترش می‌یابد چرا که مجموع زوایا در این نقاط تکین مضرب صحیحی از 2π است. به این ترتیب یک ساختار مختلط طبیعی روی S_P ساخته می‌شود و می‌توان به S_P به عنوان عضو X_P از $\mathcal{M}_g$ هم فکر کرد که $g = \frac{2+d_1+\cdots+d_n}{2}$. به علاوه، اگر z مختصات مختلط روی چندضلعی P باشد، فرم مربعی dz^2 قابل توسعه به یک فرم مربعی تحلیلی روی رویهٔ ریمان X_P است که در نقاط تکینگی از مرتبهٔ d_i دارای صفری از مرتبهٔ d_i است. به این ترتیب یک فرم مربعی تحلیلی خوش‌تعریف روی رویهٔ ریمان X_P (به عنوان عضوی از $\mathcal{M}_g$) به دست می‌آید که آن را با σ_P نمایش می‌دهیم. اگر قرار دهیم

$$\mathcal{QM}_g = \left\{(X,\sigma) \mid X \in \mathcal{M}_g,\ \sigma\ :\ X\text{فرم مربعی تحلیلی روی }\right\},$$

آنگاه نگاشتی به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\mathcal{H}(d_1,\dots,d_n) \longrightarrow \mathcal{QM}_g.$$
$$S_P \longrightarrow (X_P,\sigma_P).$$

نکتهٔ جالب آن است که (X_P,σ_P) ساختار تخت روی S_P را به طور یکتا مشخص می‌کند. لذا $\mathcal{H}(d_1,\dots,d_n)$ در واقع زیرفضایی از $\mathcal{QM}_g$ است (که خود یک فضای تاری روی $\mathcal{M}_g$ و در واقع فضای پادمماس تحلیلی آن است).

زیرفضاهای $\mathcal{H}(d_1,\dots,d_n)$، $\mathcal{QM}_g$ را افراز می‌کنند:

$$\mathcal{QM}_g = \coprod_{d_1+\cdots+d_n=2g-2} \mathcal{H}(d_1,\dots,d_n),$$

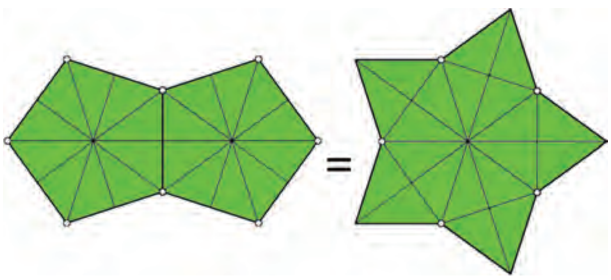
و عمل گروه $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ روی این زیرفضاها، به عمل این گروه روی کل $\mathcal{QM}_g$ توسعه می‌یابد.

مدت‌ها پیش از کار میرزاخانی و همکاران او، ریاضیدانان می‌دانستند که شناخت موثرِ مدارهای بستهٔ عمل $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ روی $\mathcal{QM}_g$ اطلاعات قابل‌توجهی در مورد مسئلهٔ بیلیارد به دست خواهد داد. شباهت مسئله بیلیارد با حدس اپنهایم و برخی دیگر از مسایل جالب در ریاضیات هم دقیقاً ریشه در این نکته دارد.

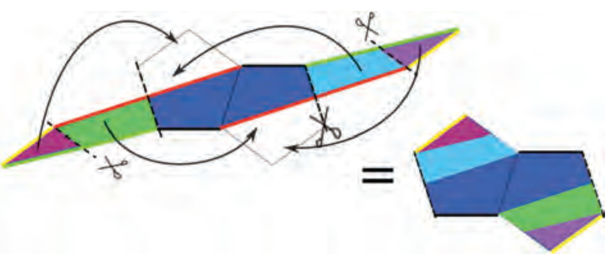
اما عمل گروه $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ روی $\mathcal{QM}_g$ چه کمکی به فهم مسئلهٔ بیلیارد می‌تواند بکند؟ هرچند توضیح کامل این نکته از حوصلهٔ این نوشتار خارج است، با وجود این، در ادامه سعی می‌کنیم شواهدی ارائه کنیم که تا حدودی نقش عمل گروه $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ را مشخص می‌کنند.

اگر S رویه‌ای با ساختار تخت (تکین در تعداد متناهی نقطه) باشد، می‌توان چندضلعی Q در صفحهٔ اقلیدسی را چنان انتخاب کرد که اضلاع آن دو به دو با هم موازی باشند به طوری که پس از چسباندن اضلاع موازی Q به یکدیگر، رویهٔ تختی که (با تعداد متناهی نقطهٔ تباهیدگی) به دست می‌آید همان S باشد. شکل ۸ دو نمونه از چنین چندضلعی‌هایی را نشان می‌دهد که در تناظر با رویه‌ای از گونای ۲ هستند. انتخاب چندضلعی Q البته یکتا نیست و متناظر با رویهٔ تخت S می‌توان چندضلعی‌های متنوعی را در نظر گرفت. بالاخص، دو چندضلعی که در شکل ۸ نشان داده شده‌اند در تناظر با رویهٔ تخت واحدی هستند. چندضلعی‌های مختلفی را که با یک رویهٔ واحد در تناظر هستند می‌توان با بریدن و چسباندن مجدد روی تعدادی خط مستقیم به یکدیگر تبدیل نمود. این فرایند در شکل ۹ در یک مثال نشان داده شده است.

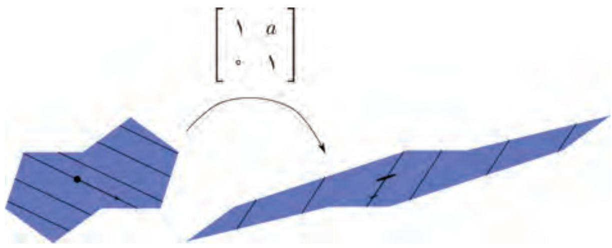
اگر σ عضوی از $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ باشد، تصویر Q تحت σ چندضلعی دیگری است که اضلاع آن همچنان دو به دو با هم موازی هستند. علاوه بر این،



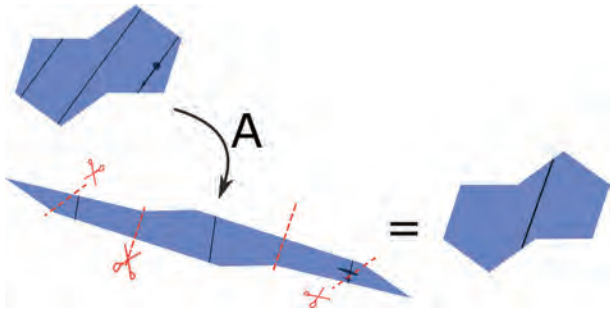
شکل ۸. دو چند ضلعی با اضلاع دو به دو موازی که یک رویهٔ تخت (با تعداد متناهی نقطهٔ تباهیدگی) را مشخص می‌کنند.



شکل ۹. این دو چند ضلعی در تناظر با رویهٔ تخت واحدی هستند. با بریدن روی خطوط مستقیم و بازچسباندن روی اضلاعی متفاوت می‌توان از یکی از دو چندضلعی به دیگری رسید.



شکل ۱۰. تحت عمل اعضای $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ ساختار تخت و در نتیجه طول ژئودزیک‌ها عوض می‌شود. در واقع، دو خط که قبلاً بر هم عمود بودند حالا دیگر بر هم عمود نیستند.



شکل ۱۱. با استفاده از عمل گروه $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ می‌توان ژئودزیک‌ها را کوتاه کرد. بهای این کوتاه کردن طول، عوض شدن رویهٔ تخت با رویهٔ دیگری در مدار آن است.

ساختار تخت روی رویهٔ جدید از ساختار تختی روی $\mathbb{R}^2$ حاصل می‌شود که توسط σ تعیین می‌شود. به عبارت دیگر، تصویر دستگاه مختصات استاندارد $\mathbb{R}^2$ تحت σ دستگاه مختصات متعامدی روی رویهٔ جدید (که مجهز به ساختاری تخت است) می‌دهد که در نگاه اول شباهتی به یک دستگاه متعامد ندارد! با چسباندن اضلاع مقابل این چندضلعی جدید و با استفاده از دستگاه تخت جدید روی $\mathbb{R}^2$، رویهٔ تخت $\sigma(S)$ به دست می‌آید. به عبارت دیگر، تصویری هندسی از عمل $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ روی $Q\mathcal{M}_g$ حاصل می‌شود. آنچه به دنبال آن هستیم برقراری رابطه‌ای است بین ژئودزیک‌های روی یک رویهٔ تخت (که در تعداد متناهی نقطه، تکین است) با مدار رویهٔ مربوطه تحت عمل گروه $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$. این ارتباط برای یک رویهٔ خاص در شکل ۱۰ به نمایش در آمده است. عمل عضوی به شکل

$$\sigma = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$$

چندضلعی اول را به چندضلعی دوم تبدیل می‌کند و ژئودزیک بسته‌ای را که روی رویهٔ متناظر با چندضلعی اول در نظرگرفته بودیم به ژئودزیکی با طول کوتاه‌تر روی رویهٔ متناظر با چندضلعی دوم می‌برد.

در این مثال خاص، با تکرار عمل عضو یاد شده روی رویهٔ تخت، ژئودزیکی که کار را با آن آغازکردیم به ژئودزیکی کوتاه تبدیل می‌شود. به این ترتیب، عمل $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ به ما اجازه می‌دهد به جای مطالعهٔ ژئودزیک‌های پیچیده روی یک رویهٔ تخت، ژئودزیک‌های ساده‌تر را روی رویهٔ تخت دیگری که در مدار رویهٔ اولیه قرار دارد مطالعه کنیم. به این ترتیب، هرچه اطلاعات بیشتری در مورد مدار یک رویهٔ خاص تحت عمل گروه $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ داشته باشیم، اطلاعات ما در مورد ژئودزیک‌های پیچیدهٔ رویهٔ اولیه بیشتر خواهد شد.

۲.۴. نظریهٔ راتنر و تعمیم آن. در این زیربخش کمی دربارهٔ یکی از چند قضیهٔ راتنر سخن می‌گوییم. فرض کنید G یک گروه لی همبند، مثلاً $\mathrm{SL}_n(\mathbb{R})$، باشد و Γ یک مشبکه در G، مثلاً $\mathrm{SL}_n(\mathbb{Z})$. X را فضای همگن خارج‌قسمتی G/Γ یا همان $\mathrm{SL}_n(\mathbb{R})/\mathrm{SL}_n(\mathbb{Z})$ فرض کنید. همگن بودن به این معناست که عمل G روی X ترایاست. مثلاً X_3 که در تبیین حدس اپنهایم با آن مواجه شدیم چنین فضایی است. فرض کنید U یک زیرگروه بسته و همبند از G باشد که توسط عناصر تک‌توان تولید شده است، یعنی عناصری که تفاضل آنها با عضو همانی پوچ‌توان است. در مثالی که در حدس اپنهایم با آن مواجه هستیم این زیرگروه با ضابطهٔ زیر داده می‌شود

$$U = \left\{ \left(\begin{smallmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right) \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{R}) | t \in \mathbb{R} \right\} .$$

از آنجا $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ روی X_3 عمل می‌کند، یک عمل U روی X_3 به دست می‌آید.

فرض کنید که μ یک اندازه روی فضای همگن X باشد. توجه کنید که μ را Uـناوردا گوییم هرگاه به ازای هر مجموعهٔ اندازه‌پذیر $A \subseteq X$ و هر $u \in U$، مجموعهٔ $u^{-1}(A)$ اندازه‌پذیر باشد و $\mu(A) = \mu(u^{-1}(A))$. ناوردایی تحت عمل هرگروه دیگری هم که روی X عمل کند به طور مشابه تعریف می‌شود. در این وضعیت اندازهٔ Uـناوردای μ را ارگودیک گوییم در صورتی که برای هر زیرمجموعهٔ اندازه‌پذیر و Uـناوردای A در X، $\mu(A)$ یا صفر باشد و یا یک. راتنر چنین وضعیتی را به خوبی مطالعه کرد و نتیجهٔ آن دسته‌ای از قضایا شد که در زیر به یکی از آنها اشاره می‌کنیم [۱۲ و ۱۳].

(۱.۴) قضیهٔ راتنر:
فرض کنید μ یک اندازهٔ Uـناوردا و ارگودیک روی X باشد. در این صورت μ جبری است. یعنی زیر گروه $H < G$ شامل U وجود دارد به طوری که μ اندازهٔ Hـناوردایی است که محمل آن یکی از مدارهای عمل H بر X است.

اندازهٔ Hـناوردایی که قضیهٔ راتنر به آن اشاره می‌کند اندازهٔ هار (Haar measure) وابسته به H خوانده می‌شود و در بخش‌های قابل‌توجهی از آنالیز، نظریهٔ اندازه، و مطالعهٔ گروه‌های توپولوژیک ظاهر می‌شود.

این قضیه در واقع اندازه‌های Uـناوردا روی X را طبقه‌بندی می‌کند و علاوه بر ایفای نقش کلیدی در اثبات مارگولیس از حدس اپنهایم، نقش مهمی در برخی دیگر از تحولات ریاضی داشته است. در زیر یکی دیگر از کاربردهای نظریهٔ راتنر را هم به اختصار توضیح می‌دهیم.

اگر Γ یک مشبکه در $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ باشد که هیچ عنصر مرتبهٔ متناهی ندارد، می‌توان آن را به عنوان مشبکه‌ای در $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{R})$ در نظر گرفت. فرض کنید $\mathbb{H}/\Gamma$ یک رویهٔ ریمان فشرده است که همان‌طور که قبلاً هم گفته شد متریکی هذلولوی روی آن به دست می‌آید. متناظر با این متریک هذلولوی یک عملگر لاپلاس Δ و یک عنصر حجم vol قابل تعریف است:

$$\Delta : C^\infty(\mathbb{H}/\Gamma) \longrightarrow C^\infty(\mathbb{H}/\Gamma),$$

که در آن

$$C^\infty(\mathbb{H}/\Gamma) = \left\{ f : \mathbb{H}/\Gamma \xrightarrow{C^\infty} \mathbb{R} \right\}.$$

از آنجا که Δ عملگری بیضوی و خودالحاق است، طیف آن از مقادیر ویژهٔ حقیقی و نامنفی تشکیل شده است که می‌توان آنها را مرتب کرد:

$$0 = \lambda_0 < \lambda_1 \le \lambda_2 \le \cdots.$$

متناظر با هر λ_i می‌توان تابع ویژهٔ ϕ_n را طوری انتخاب کرد که

$$\Delta\phi_n = \lambda_n\phi_n, \quad \int_{\mathbb{H}/\Gamma} \phi_n^2 = 1.$$

از منظر فیزیک، $\phi_n^2 d\,\mathrm{vol}$ توصیف‌کنندهٔ احتمال کوانتومی حضور ذره در حالتی است که λ_n سطح انرژی باشد. از آنجا که با بالا رفتن انرژی انتظار داریم آثار کوانتومی تأثیر خود را از دست بدهند، به حدس زیر می‌رسیم:

(۲.۴) حدس یکتا‌ـارگودیک بودن کوانتومی:
با تعاریف بالا

$$\lim_{n\to\infty} \phi_n^2 d\,\mathrm{vol} = d\,\mathrm{vol}.$$

هر چند حدس (۲.۴) هنوز ثابت نشده است، قضیهٔ راتنر اجازه می‌دهد که آن را برای مشبکه‌های «همنهشتی» که با روش‌های حسابی ساخته می‌شوند و توابع ویژهٔ هکه که در این حالت ساخته می‌شوند، اثبات کنیم. به این حالت از حدس (۲.۴)، حدس یکتا‌ـارگودیک بودن کوانتومی در حالت حسابی گفته می‌شود.

اگر قضیهٔ راتنر در مورد عمل $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ روی $X = \mathcal{QM}_g$ هم درست می‌بود، نتایج مهمی در مورد مسئلهٔ بیلیارد به دست می‌آمد. متأسفانه $\mathcal{QM}_g$ بسیار ناهمگن است. با این وجود شباهت‌هایی هم وجود دارد! چنان که اشاره کردیم $\mathcal{QM}_g$ در واقع کلاف پادمماس تحلیلی بر $\mathcal{M}_g$ است، لذا در صورت انتخاب کلاف پادمماس تحلیلی $\mathcal{T}_g$ به عنوان $\mathcal{QT}_g$، داریم:

$$\mathcal{QM}_g = \mathcal{QT}_g/\mathrm{Mod}_g.$$

به عبارت دیگر، اگر بخواهیم از نظریهٔ راتنر الگو بگیریم، $\mathcal{QT}_g$ نقش G و Mod_g نقش مشبکهٔ Γ را ایفا می‌کند. قضیه‌ای که اسکین و میرزاخانی در این وضعیت به مراتب دشوارتر ثابت کردند از این قرار است [۱]:

(۳.۴) قضیهٔ اسکین ـ میرزاخانی (۲۰۱۲):
تمام اندازه‌های $SL_2(\mathbb{R})$ـناوردا و ارگودیک روی $\mathcal{QM}_g$ از زیرواریته‌های خاص $A \subseteq \mathcal{QM}_g$ به دست می‌آیند.

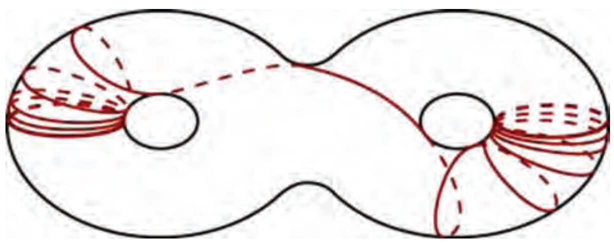
به علاوه، اسکین، میرزاخانی، و محمدی قضیهٔ زیر را ثابت کردند [۲]:

(۴.۴) قضیهٔ اسکین ـ میرزاخانی ـ محمدی (۲۰۱۲):
بستار هر مدار عمل $SL_2(\mathbb{R})$ روی $\mathcal{QM}_g$ از چنین واریتهٔ تحلیلی خاص $A \subseteq \mathcal{QM}_g$ به دست می‌آید.

۵. شار زلزلهٔ ترستن

ویلیام ترستن (William Thurston)، برندهٔ جایزهٔ فیلدز در سال ۱۹۸۲ و از چهره‌های بسیار تأثیرگذار در توپولوژیِ بعد پایین، نقش مهمی در فهم عمل گروه Mod_g روی فضای تایشمولر $\mathcal{T}_g$ داشته است. اگر ساختار هذلولوی خاصی را روی رویهٔ گونای g مثل S تثبیت کنیم، ژئودزیک‌های وابسته به این متریک روی رویه (که در حضور ساختار هذلولوی آن را با X نشان می‌دهیم) مشخص می‌شوند. اگر یک ژئودزیک ساده، بسته و جهت‌دار λ داشته باشیم، به هر خم γ روی X که اشتراک آن با γ متقاطع (transverse) باشد می‌توان عدد تقاطع γ و λ را نسبت داد. ترستن در مطالعات خود نیاز به تعمیم این مشاهده را دریافت. لذا گسترشی از مفهوم یک ژئودزیک بسته را معرفی کرد و آن را «خطکشی اندازه‌دار» (measured lamination) نامید. یک خطکشی روی X زیرمجموعهٔ بسته‌ای از X است که توسط ژئودزیک‌های ساده و کامل برگ‌بندی شده است (یعنی به صورت اجتماعی از ژئودزیک‌های مجزاست). در شکل ۱۲ یک خطکشی روی رویه‌ای با گونای ۲ نمایش داده شده است که ژئودزیکی بسته نیست.

یک اندازهٔ متقاطع روی یک خطکشی از X تابعی است که به هر خم γ که اشتراک آن با همهٔ برگ‌های خطکشی متقاطع است، عدد حقیقی نسبت می‌دهد و نسبت به ایزوتوپی‌هایی که از طریق خم‌های متقاطع بر برگ‌بندی صورت می‌گیرند ناورداست. به هر خطکشی λ و اندازهٔ متقاطع μ روی خم‌های متقاطع بر آن، یک خطکشی اندازه‌دار روی X گوییم.



شکل ۱۲. یک خطکشی روی رویه‌ای با گونای ۲.

به عنوان مثال، هر ژئودزیک سادهٔ بسته، یک خطکشی اندازه‌دار به دست می‌دهد. وقتی ابهامی نباشد، خطکشی اندازه‌داری را که توسط μ و λ داده می‌شود تنها با λ نمایش می‌دهیم. فضای (X, λ)هایی را که X یک ساختار هذلولوی روی S و λ یک خطکشی اندازه‌دار روی X است با $P\mathcal{T}_g$ نمایش می‌دهیم. به این ترتیب $P\mathcal{T}_g$ کلافی روی $\mathcal{T}_g$ است.

همان‌گونا که طول یک ژئودزیک ساده و بستهٔ λ روی X قابل محاسبه است، برای هر خطکشی λ روی X هم می‌توان طول $\ell(X, \lambda)$ را تعریف کرد. به این ترتیب تابع

$$\ell : P\mathcal{T}_g \to \mathbb{R}^+$$

به دست می‌آید. قرار می‌دهیم:

$$P^1\mathcal{T}_g = \{(X, \lambda) \in P\mathcal{T}_g | \ell(X, \lambda) = 1\}.$$

اگر λ توسط یک ژئودزیک ساده و بسته و جهت‌دار داده شده باشد و t عددی حقیقی باشد، می‌توان X را از روی λ برید تا رویه‌ای با دو مؤلفهٔ مرزی نزدیک به هم به دست آید. دو لبه‌ای را که به این ترتیب به دست می‌آیند می‌توان پس از چرخاندن به اندازهٔ t و در جهتی که توسط جهت رویه تعیین می‌شود، دوباره به هم چسباند. به این ترتیب، نقطهٔ جدید $\mathrm{twist}^t(X, \lambda)$ در $P^1\mathcal{T}_g$ به دست می‌آید. ترستن مشاهده کرد که این عمل طبیعی روی کل $P^1\mathcal{T}_g$ قابل تعریف است. در این فرایند، شار

$$\mathrm{twist}^t : P^1\mathcal{T}_g \to P^1\mathcal{T}_g$$

به دست می‌آید.

توجه کنید که Mod_g روی $P^1\mathcal{T}_g$ هم عمل می‌کند. شار یاد شده نسبت به این عمل هموارداست، لذا شار

$$\mathrm{twist}^t : P^1\mathcal{M}_g \to P^1\mathcal{M}_g$$
$$P^1\mathcal{M}_g = P^1\mathcal{T}_g/\mathrm{Mod}_g$$

به دست می‌آید که به آن شار زلزلهٔ ترستن (Thurston's earthquake flow) گفته می‌شود. شار زلزلهٔ ترستن، به بیان غیر دقیق، ساختار هذلولوی را با کمک یک خطکشی اندازه‌دار تغییر می‌دهد. به عبارت دقیق‌تر، اگر به خطکشی‌های اندازه‌دار به چشم بردارهای جهت برای تغییر ساختار هذلولوی روی یک رویهٔ با گونای g نگاه کنیم، شار ترستن تغییر پیوسته‌ای از ساختار هذلولوی را معرفی می‌کند که در راستای این بردار جهت صورت می‌گیرد. سوالی که به طور طبیعی به ذهن می‌رسد آن است که چنین تغییراتی در ساختار هذلولوی تا چه حد تنوع دارند؟ ترستن این شار را در جریان درسی که در سال ۱۹۷۶-۱۹۷۷ در پرینستون ارائه می‌کرد، بررسی کرد و نشان داد برای هر دو نقطهٔ X و Y در فضای تایشمولر، یک خطکشی اندازه‌دار λ روی X وجود دارد که شار زلزلهٔ ترستن در جهت λ در زمان ۱ به نقطهٔ Y می‌رسد. با وجود این، ترستن هیچگاه این نتیجه را به طور رسمی منتشر نکرد. در واقع، این قضیه اولین بار در مقالهٔ کرکهاف (Kerckhoff)[۳] ظاهر شد که در آن مسئلهٔ عینیت بخشی نیلسن توسط کرکهاف حل و فصل گردید. در سال ۲۰۰۸ میرزاخانی ارگودیک بودن این شار را نشان داد [۱۰].

(۱.۵) قضیهٔ میرزاخانی (۲۰۰۸):
شار زلزلهٔ ترستن نسبت به اندازهٔ لبگ ارگودیک است.

مراجع

1. **A. Eskin**, **M. Mirzakhani**, *Invariant and stationary measures for the* $\mathrm{SL}(2, R)$ *action on Moduli space*, preprint.
2. **A. Eskin**, **M. Mirzakhani**, **A. Mohammadi**, *Isolation, equidistribution, and orbit closures for the* $\mathrm{SL}(2, R)$ *action on Moduli space*, Ann. of Math., to appear.
3. **S. P. Kerckhoff**, *The Nielsen realization problem*, Ann. of Math. (2), **117** (1983), no. 2, 235-265.
4. **M. Kontsevich**, *Intersection theory on the moduli space of curves and the matrix Airy function*, Comm. Math. Phys. **147** (1992), no. 1, 1-23.
5. **G. A. Margulis**, *Oppenheim conjecture, Fields Medallists' Lectures*, Springer-Verlag, 1997.
6. **H. Masur**, *Lower bounds for the number of saddle connections and closed trajectories of a quadratic differential, Holomorphic functions and moduli*, Vol. 1, Math. Sci. Res. Inst. Publ., **10**, Springer, New York, 1988.
7. **H. Masur**, *The growth rate of trajectories of a quadratic differential*, Ergod. Theor. Dyn. Syst., Systems **10** (1990), no. 1, 151-176.
8. **M. Mirzakhani**, *Simple geodesics and Weil-Petersson volumes of moduli spaces of bordered Riemann surfaces*, Invent. Math. **167** (2007), no. 1m 179-222.
9. **M. Mirzakhani**, *Weil-Petersson volumes and intersection theory on the moduli space of curves*, J. Amer. Math. Soc. **20** (2007), no. 1, 1-23.
10. **M. Mirzakhani**, *Growth of the number of simple closed geodesies on hyperbolic surfaces*, Ann. of Math. (2) **168** (2008), no. 1, 97-125.
11. **M. Mirzakhani**, *Ergodic theory of the earthquake flow*, Int. Math. Res. Not. IMRN 2008, no. 3, Art. ID rnm116, 1-39.
12. **M. Ratner**, *Strict measure rigidity for unipotent subgroups of solvable groups*, Invent. Math. **101** (1990), no. 2, 449-482.
13. **M. Ratner**, *On measure rigidity of unipotent subgroups of semisimple groups*, Acta Math. **165** (1990), no. 3-4, 229-309.

میرزاخانی در جمع میهمانان جوان پژوهشگاه

در سال‌های ۱۳۷۳ و ۱۳۷۴، اعضای تیم‌های المپیاد دانش‌آموزی کشور به دعوت آی‌پی‌ام از این مرکز بازدید کردند. عکس‌های زیر، یادگاری از آن بازدیدهاست که مریم میرزاخانی هم به عنوان عضو گروه المپیاد ریاضی در آنها دیده می‌شود.

سه نفر وسط، از راست: مریم میرزاخانی، رویا بهشتی، شادی رستمی

از راست، ایستاده: مازیار رامین راد، محمدرضا صلواتی پور، آرش ابراهیمی پور، پیمان زارع دشتی، پیمان ثروتی، علی واحدی، محمدرضا شادنام، هادی مازوچی، علیرضا طریقت، مهدی فولادگر، امید نقشینه ارجمند.
از راست، نشسته: علی نورمحمدی، مرحوم ▯رضا صادقی، یاسمن فرزان، مریم میرزاخانی، رویا بهشتی، شادی رستمی، روزبه پورنادر.

از راست: مریم میرزاخانی، شناخته نشد، کیوان ملامی کارای، محمد جواهری، محمدعلی آبام، مرحوم رضا صادقی

و عکس‌های دیگری از مریم میرزاخانی

در کنگرهٔ بین‌المللی هنگام دریافت مدال فیلدز از رئیس‌جمهور کرهٔ‌جنوبی

گپی با ریاضیدانان جوان در محل کنگره، راست به چپ: ـــ باقرزاده، مریم میرزاخانی، روزبه فرهودی (پشت به تصویر با لباس چارخانه)، محمدهادی مستفید (رو به تصویر)، عرفان صلواتی و علیرضا مفیدی

همراه پدر و مادرش

همراه همسر و دخترش آناهیتا

آشنایی با فضاهای پرمایش

ایمان ستایش*، علی کمالی‌نژاد*

مفهوم فضاهای پرمایش (moduli spaces) به کرّات در کارهای مریم میرزاخانی ظاهر می‌شود. در این مقاله، فضاهای پرمایش خم‌ها را با روش‌های هندسی و جبری معرفی کرده، برخی از ویژگی‌های مقدماتی آنها را بیان می‌کنیم. مقاله را با قضیهٔ کانتسویچ به پایان می‌بریم که میرزاخانی در رسالهٔ دکتری خود اثبات جدیدی برای آن ارائه کرده است.

۱. مقدمه

مطالعهٔ فضاهای پرمایش و هندسهٔ آنها با بررسی فضای تصویری $\mathbb{P}^n$ و همچنین گراسمانین (Grassmannian) آغاز شد. در این نگاه، فضای تصویری را به عنوان فضای پارامتری‌کنندهٔ همهٔ خطوط گذرنده از مبدأ در $\mathbb{R}^{n+1}$ درنظر می‌گیریم. به طور مشابه، گراسمانین $Gr(k,n)$ فضایی است که نقاط آن در تناظر یک‌به‌یک با زیرفضاهای خطی kبعدی از فضای $\mathbb{R}^n$ هستند. اولین مطالعات در مورد این فضاها با کار پلوکر (J. Plücker) روی فضای $Gr(2,4)$ آغاز شد.

فضای گراسمانین $Gr(k,n)$ علاوه بر خمینه‌بودن، یک واریتهٔ جبری نیز هست و کلاف برداری $U(k,n)$ روی این فضا با خاصیت زیر موجود است:

قضیهٔ ۱: فرض کنید M یک واریتهٔ جبری است و E یک کلاف برداری روی M از مرتبهٔ k. اگر E زیرکلاف برداری کلاف بدیهی از مرتبهٔ n باشد، آنگاه یک نگاشت جبری و یکتای $\varphi : M \to Gr(k,n)$ وجود دارد به طوری که $E = \varphi^* U(k,n)$.

این قضیه به ما امکان می‌دهد که به جای مطالعهٔ کلاف‌های برداری روی خمینه‌های دلخواه، مطالعهٔ خود را روی $Gr(k,n)$ متمرکز کنیم و نتایج هندسی به‌دست‌آمده را توسط قضیهٔ فوق به خمینه‌های دلخواه تعمیم دهیم.

* پژوهشکدهٔ ریاضیات

این یکی از ایده‌های رایج در زمینهٔ مطالعهٔ فضاهای پرمایش است. این فضاها به ما امکان می‌دهند که مطالعهٔ خود را بتوانیم به فضای خاصی محدود کنیم و به همین سبب بررسی هندسهٔ این فضاها حائز اهمیت است.

انتگرال‌های آبلی

محاسبهٔ مقدار انتگرال نامعین

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+ax+b}}$$

برای کسانی که با حساب دیفرانسیل و انتگرال آشنایی دارند مثال شناخته‌شده‌ای در انتگرال‌گیری است.

اگر تعریف کنیم $f(x,y) = y^2 - (x^2+ax+b)$، آنگاه انتگرال فوق را می‌توان به صورت $\int_{F_2} \frac{dx}{y}$ نمایش داد که در آن

$$F_2 := \{(x,y) | f(x,y) = 0\}.$$

بنابراین توانستیم انتگرال یک تابع پیچیده روی $\mathbb{R}$ را تبدیل به انتگرال ساده‌تری روی ناحیهٔ F_2 کنیم. همین کار را می‌توان در حالت‌های پیچیده‌تری مانند

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^3+ax^2+bx+c}}$$

نیز انجام داد و آن را به صورت زیر نوشت

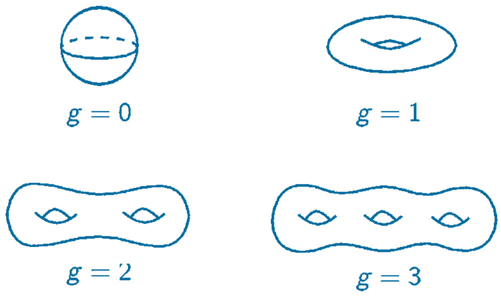
$$\int_{F_2}\frac{dx}{y}, \qquad F_3 := \{(x,y)|y^2 = x^3 + ax^2 + bx + c\}.$$

پیش از ادامهٔ بحث تذکر چند نکته لازم است:

۱) تمام انتگرال‌های فوق را می‌توان به عنوان انتگرال‌های مسیری روی صفحهٔ مختلط در نظر گرفت و بنابراین هرکدام از رویه‌های F_2 و F_3 را نیز می‌توان به عنوان زیرمجموعه‌هایی از $\mathbb{C}^2$ در نظر گرفت.

۲) چون ما علاقه‌مند به مطالعهٔ هندسهٔ F_2 و F_3 هستیم می‌توانیم فشرده‌سازی‌شدهٔ این دو خمینه را در داخل $\mathbb{CP}^2$ در نظر بگیریم.

با توجه به نکات بالا، در هرکدام از این دو مثال به رویه‌ای فشرده می‌رسیم و این دو رویه را C_2 و C_3 می‌نامیم. رویه‌های فشرده را می‌توان برحسب گونای آنها که همان تعداد دستگیره‌های آنهاست رده‌بندی کرد:



برای تشخیص گونای هر یک از رویه‌های C_2 و C_3 از نگاشت تصویر کردن روی مؤلفهٔ y استفاده می‌کنیم. در صفحه تصویری $\mathbb{CP}^2$ این نگاشت تبدیل به نگاشتی به $\mathbb{CP}^1$ می‌شود که در مثال C^2 بالای هر نقطهٔ $\mathbb{CP}^1$ به استثنای ریشه‌های $x^2 + ax + b$ دقیقاً دو نقطهٔ متفاوت قرار دارند و بالای ریشه‌های این معادله دقیقاً یک نقطه قرار دارد. قضیهٔ مقدماتی زیر به ما کمک می‌کند که با استفاده از این اطلاعات گونای C_2 (و مشابهاً C_3) را محاسبه کنیم.

قضیهٔ ۲: برای هر مثلث‌بندی از رویهٔ فشرده و هموار X داریم

$$2 - 2g(X) = v - e + r,$$

که در آن $g(X)$ گونای X و v تعداد رئوس مثلث‌بندی و e تعداد یال‌ها و r تعداد وجه‌هاست.

نتیجهٔ ۳: نگاشت $f: X \to Y$ بین دو رویهٔ فشرده و هموار X و Y با شرایط زیر داده شده است:

۱) نقاط $y_1, \cdots, y_m \in Y$ وجود دارند به طوری که $f^{-1}(y)$، به ازای هر $y \notin \{y_1, \cdots, y_m\}$، دقیقاً دارای n عضو است.

۲) $f^{-1}(y_i)$ دارای n_i نقطه است (به ازای $i = 1, \cdots, m$).

در این صورت،

$$2 - 2g(X) = n(2 - 2g(Y)) - \sum_{i=1}^{m}(n - n_i).$$

مثال با توجه به اینکه با استفاده از قضیهٔ اویلر برای گراف‌های مسطح داریم $g(\mathbb{P}^1) = 0$، می‌توان نتیجه گرفت:

$$2 - 2g(C_2) = 2(2 - 0) - (2)$$
$$\Rightarrow g(C_2) = 0.$$

بنابراین C_2 نیز یکریخت با $\mathbb{P}^1$ است و در واقع استفاده از همین یکریختی است که محاسبهٔ انتگرال را ممکن می‌کند.

مثال برای C_3 داریم

$$2 - 2g(C_3) = 2(2) - (4)$$
$$\Rightarrow g(C_3) = 1.$$

بنابراین C_3 به عنوان رویه، یک چنبره است.

۲. فضای تایشمولر

همان‌طور که در قسمت قبل اشاره شد، مطالعهٔ انتگرال‌های آبلی به طور طبیعی به مطالعهٔ یک چنبرهٔ مجهز به ساختار مختلط (یک خم بیضوی) منجر می‌شود. در این قسمت تلاش می‌کنیم تا به مرور مطالبی در مورد مسئلهٔ ساختارهای مختلط روی یک چنبره بپردازیم و در ادامه، این مسئله را برای رویه‌های با گونای بزرگ‌تر از یک نیز به اختصار بررسی می‌کنیم.

پیش از آن که به مطالعهٔ رویه‌های ریمان با گونای g بپردازیم، توجه به این نکته می‌تواند روشن‌گر باشد که یکی از راه‌های معرفی ساختار مختلط روی یک رویهٔ ریمان، (علاوه بر روش مستقیم معرفی یک اطلس همدیس (conformal))، مجهزکردن رویهٔ مورد نظر به یک متریک ریمانی است. به عبارت دیگر، هرگاه رویهٔ بسته و جهت‌پذیری را به یک متریک ریمانی مجهزکنیم، خمینهٔ ریمانی ۲بعدی حاصل یک رویهٔ ریمان خواهد بود. این مشاهده کمک می‌کند تا راهی ملموس‌تر برای تجسم ساختارهای مختلط در اختیار داشته باشیم. از طرف دیگر، توجه به این نکته نیز ضروری است که مسئلهٔ بررسی ساختارهای مختلط مسئله‌ای است که جنبهٔ سرتاسری آن، بسیار حائز اهمیت است، زیرا با وجود آنکه تمامریخت (holomorphic) بودن را می‌توان در همسایگی یک نقطه بررسی کرد، اما رویه‌های ریمان به صورت موضعی شبیه یکدیگر هستند. به عبارت دیگر، از هر همسایگی به اندازهٔ کافی کوچک هر نقطه روی یک رویهٔ ریمان، نگاشتی دوسویی و تمامریخت به همسایگی به اندازهٔ کافی کوچک هر نقطهٔ دلخواهی روی یک

رویهٔ ریمان دیگر، وجود دارد. این مطلب نتیجهٔ مستقیم قضیهٔ کلاسیک و آشنای زیر است.

قضیهٔ ۴: قضیهٔ نگاشت ریمان. اگر U یک زیر مجموعهٔ همبند ساده، باز، و ناتهی از صفحهٔ اعداد مختلط $\mathbb{C}$ باشد که تمام $\mathbb{C}$ نیست، آنگاه نگاشت دوسویی تمامریختی از U به قرص واحد وجود دارد.

بنابراین، هرچند به کمک متریک یک رویهٔ ریمانی، می‌توان به ساختاری مختلط روی آن دست یافت، اما مشاهدهٔ فوق به سادگی نشان می‌دهد که مطالعهٔ ساختارهای مختلط با مطالعهٔ متریک‌های ریمانی دلخواه متفاوت است. به عبارت دیگر، متریک‌های ریمانی متفاوت، می‌توانند ساختار مختلط یکسانی را القا کنند. البته اگر توجه خود را به خانوادهٔ خاصی از متریک‌های ریمانی محدود کنیم، آنگاه این ارتباط می‌تواند روشن‌تر باشد. به عنوان مثال، اگر $g \geqslant ۲$ و توجه خود را به متریک‌های ریمانی با انحنای ثابت -۱ (متریک‌های هذلولوی) محدود کنیم، آنگاه یک دوسویی بین ساختارهای مختلط روی رویهٔ توپولوژیک با گونای g و متریک‌های هذلولوی روی آن وجود دارد.

قضیهٔ نگاشت ریمان، تعمیم آشنایی دارد که گامی بسیار اساسی در مطالعهٔ رویه‌های ریمان است.

قضیهٔ ۵: قضیهٔ یکنواخت‌سازی (uniformization theorem). هر رویهٔ ریمان همبند ساده، همارز است با کرهٔ ریمان $\mathbb{S}^۲$، صفحهٔ مختلط $\mathbb{C}$، و یا نیم‌صفحهٔ بالایی $\mathbb{H}$.

توجه کنید که قضیهٔ ۴ نه تنها رویه‌های ریمان همبند ساده را طبقه‌بندی می‌کند، بلکه برای هر رویهٔ ریمان نیز نتیجهٔ زیر را به دست می‌دهد.

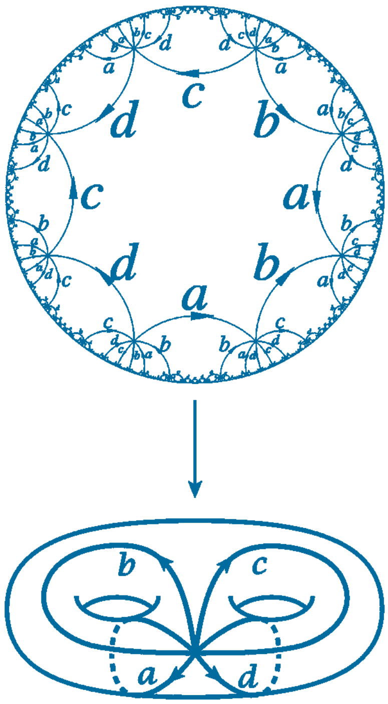
نتیجهٔ ۶: هر رویهٔ ریمان همبند، همارز است با:

- کرهٔ ریمان $\mathbb{S}^۲$.
- $\mathbb{C}$ یا $\mathbb{C}/\mathbb{Z} = \mathbb{C}\backslash\{۰\}$ یا $\mathbb{C}/M$ که در آن M یک مشبکه است.
- خارج‌قسمت $\mathbb{H}/\Gamma$ که در آن $\Gamma \subset \mathrm{PSL}(۲, \mathbb{R})$ یک زیرگروه گسسته است، که روی $\mathbb{H}$ به صورت آزاد عمل می‌کند.

ساختارهای مختلط روی چنبره

حال به مطالعهٔ ساختارهای مختلط روی چنبره می‌پردازیم و تلاش می‌کنیم تا تمام رده‌های همارزی رویه‌های ریمان با گونای یک را بیابیم.

رویهٔ ریمان با گونای یک را در نظر بگیرید و آن را $\mathbb{T}$ بنامید. با توجه به اینکه $\mathbb{T}$ از نظر توپولوژیک یک چنبره است، بنابراین پوشش جهانی $\mathbb{T}$، صفحهٔ $\mathbb{R}^۲$ است. اما قضیهٔ یکنواخت‌سازی تضمین می‌کند که فضای پوشش جهانی $\mathbb{T}$، همارز صفحهٔ مختلط $\mathbb{C}$ باشد. بنابراین $\mathbb{T}$ از عمل گروهی گسسته مانند M از خودریختی‌های $\mathbb{C}$ حاصل می‌شود که به صورت آزاد روی آن



عمل می‌کند. اما از طرفی اگر M این‌گونه باشد، آنگاه M یکی از گروه‌های زیر است:

۱) $M = \{۰\}$.

۲) M شامل همهٔ انتقال‌هایی است به صورت

$$z \longmapsto z + n\omega, \qquad n \in \mathbb{Z},$$

که در آن ω یک عدد مختلط ثابت ناصفر است.

۳) M شامل همهٔ انتقال‌هایی است به صورت

$$z \longmapsto z + n_۱\omega_۱ + n_۲\omega_۲, \qquad n_۱, n_۲ \in \mathbb{Z},$$

که در آن $\omega_۱$ و $\omega_۲$ دو عدد مختلطِ $\mathbb{R}$ـمستقل خطی هستند.

مشاهدهٔ این امر ساده است، زیرا تمام خودریختی‌های $\mathbb{C}$ نگاشت‌هایی به صورت $az + b$ هستند. اگر $a \neq ۱$، آنگاه این نگاشت نقطهٔ ثابتی خواهد داشت، که با فرض عمل آزاد M روی $\mathbb{C}$ در تناقض است. بنابراین $a = ۱$ و لذا خودریختی $\mathbb{C}$ که نقطهٔ ثابتی نداشته باشد، نگاشتی به صورت $z + b$ است. حال فرض کنید که Δ مدار مبدأ تحت M باشد. در این صورت Δ یک زیرگروه جمعی $\mathbb{C}$ است و M شامل تمام انتقال‌هایی به صورت زیر است:

$$\{z \longmapsto z + b : b \in \Delta\}.$$

فرض کنید V کوچکترین زیرفضای خطی‌ای باشد که Δ را در بر دارد. اگر بعد V روی $\mathbb{R}$ برابر صفر، یک یا دو باشد، به ترتیب با حالت‌های ۱، ۲ و یا ۳ مواجه خواهیم بود.

از آنجا که گروه بنیادی $\mathbb{T}$ یکریخت با $\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}$ است، اگر $\mathbb{T}$ یک رویهٔ ریمان با گونای یک باشد، آنگاه $\mathbb{T}$ هم‌ارز است با $\mathbb{C}/M$ که در آن

$$M=\{n_1\omega_1+n_2\omega_2 : n_1,n_2\in\mathbb{Z}\},\qquad \frac{w_2}{w_1}\notin\mathbb{R}.$$

به عبارت دیگر، مطالعهٔ رویه‌های ریمان با گونای یک به مطالعهٔ مشبکه‌های M در $\mathbb{C}$ مربوط می‌شود.

روشن است که اگر نقاط z و $z+n_1\omega_1+n_2\omega_2$ را در $\mathbb{C}$ یکی بگیریم، آنگاه M چنبرهٔ $\mathbb{T}=\mathbb{T}_M$ را به دست می‌دهد. اگر (ω_1',ω_2') پایهٔ دیگری برای همان مشبکهٔ M باشد (که توسط ω_1 و ω_2 تعریف شده است) آنگاه تغییر پایه را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{pmatrix}\omega_2'\\ \omega_1'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & b\\ b & c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\omega_2\\ \omega_1\end{pmatrix},\qquad \begin{pmatrix}a & b\\ b & c\end{pmatrix}\in \mathrm{GL}(2,\mathbb{Z}).$$

با توجه به مطلب فوق و پس از اندکی محاسبه، قضیهٔ زیر به دست می‌آید.

قضیهٔ ۷: پایهٔ (ω_1,ω_2) برای M وجود دارد به طوری که اگر $\tau=\frac{\omega_2}{\omega_1}$، آنگاه داریم

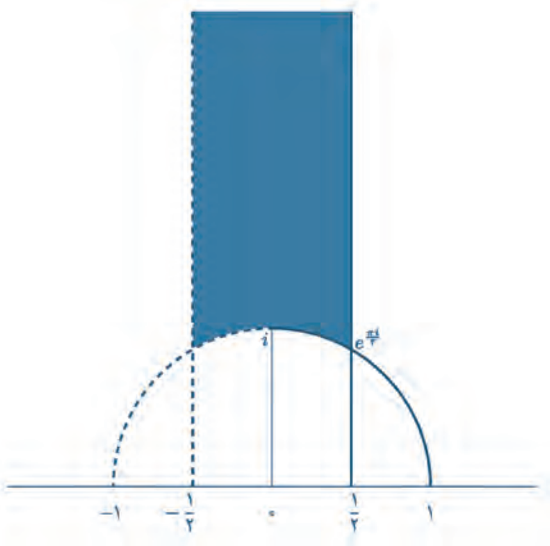
۱. $Im\ \tau>0$،

۲. $-\frac{1}{2}<Re\ \tau\leqslant\frac{1}{2}$،

۳. $|\tau|\geqslant 1$،

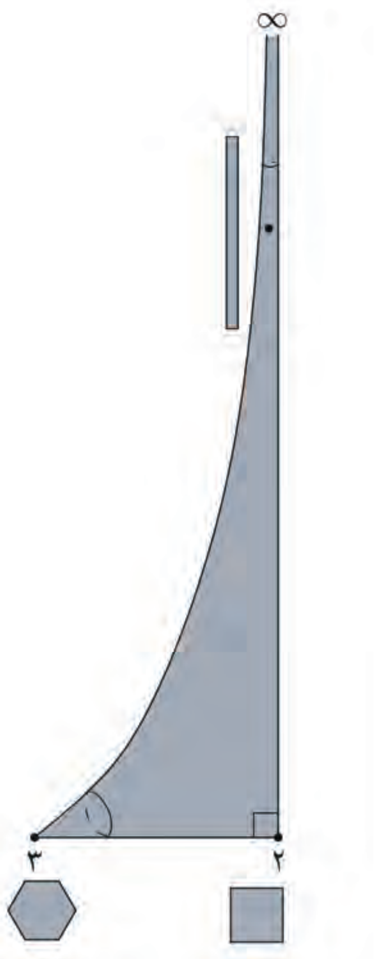
۴. $Re\ \tau\geqslant 0$ اگر $|\tau|=1$.

τ به صورت یکتا توسط شرایط فوق تعیین می‌شود و تعداد چنین پایه‌هایی برای مشبکهٔ داده‌شدهٔ M برابر است با ۲، ۴ یا ۶. ناحیهٔ توصیف‌شده توسط شرایط فوق را $\mathcal{F}$ می‌نامیم.



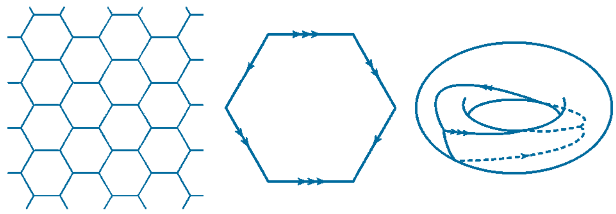
اینکه در حالت کلی دو پایه با شرایط قضیهٔ ۷ برای M وجود دارد روشن است، زیرا می‌توان (ω_1,ω_2) را با $(-\omega_1,-\omega_2)$ تعویض کرد. اگر $\tau=i$، آنگاه ۴ پایه به دست می‌آید، زیرا می‌توانیم (ω_1,ω_2) را با $(i\omega_1,i\omega_2)$ نیز تعویض کنیم. در نهایت اگر $\tau=e^{\frac{\pi i}{3}}$، ۶ پایه خواهیم داشت زیرا می‌توانیم (ω_1,ω_2) را با $(\tau\omega_1,\tau\omega_2)$ (و بنابراین با $(\tau^2\omega_1,\tau^2\omega_2)$) تعویض کنیم.

روشن است که مشبکهٔ M نه تنها چنبرهٔ $\mathbb{T}_M$ را به صورت توپولوژیک توصیف می‌کند، بلکه ساختار مختلط روی آن را نیز مشخص می‌کند. به علاوه توجه کنید که اگر دو مشبکه توسط ایزومتری‌ها و تجانس‌های $\mathbb{R}^2$ به یکدیگر تبدیل شوند، آنگاه چنبره‌هایی که توسط آنها توصیف می‌شوند، به عنوان رویهٔ ریمان هم‌ارز هستند. از طرف دیگر به کمک ایزومتری‌ها و تجانس‌های $\mathbb{R}^2$ همواره می‌توان پایهٔ M را به گونه‌ای تغییر داد که $\omega_1=1$ و $\omega_2=\tau$ که در آن $\mathrm{Im}\ \tau>0$. بنابراین اگر M مشبکه‌ای با پایهٔ (ω_1,ω_2) باشد می‌توانیم آن را به مشبکهٔ $(1,\tau)$ با $\tau\in\mathbb{H}$ تبدیل کنیم که رویهٔ ریمان هم‌ارز با $\mathbb{T}_M$ را تولید می‌کند. از این پس اگر چنین کنیم رویهٔ ریمان به دست آمده را با $\mathbb{T}_\tau$ نمایش خواهیم داد.



به این ترتیب، میان نقاط $\mathbb{H}$ و $(\mathbb{T}_M,(\omega_1,\omega_2))$ تناظری دوسویی برقرار است. البته ممکن است که τهای متفاوت در $\mathbb{H}$ رویه‌های ریمان هم‌ارزی را

به دست دهند، اما با توجه به قضیهٔ ۷ اگر توجه خود را به $\mathcal{F}$ محدود کنیم، آنگاه این آزادی عمل از بین می‌رود. $\mathcal{F}$ چندضلعی اصلی حاصل از عمل گروه $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{Z})$ روی $\mathbb{H}$ است. توجه کنید که اگر $\mathbb{H}$ را به ساختار هذلولوی مجهز کنیم، عناصر $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{Z})$ به صورت ایزومتری روی $\mathbb{H}$ عمل می‌کنند. در این حالت $\tau=i$ و $\tau=e^{\frac{\pi i}{3}}$ نقاط ثابتی برای این عمل خواهند بود که به ترتیب از مرتبهٔ ۲ و ۳ هستند. این مرتبه‌ها متناظر تقارن‌های مرتبهٔ ۲ و ۳ در مربع و شش‌ضلعی هستند. همچنین توجه کنید که $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{Z})$ روی $\mathcal{F}$ نقطهٔ ثابت دیگری ندارد. خارج قسمت عمل $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{Z})$ روی $\mathbb{H}$ را $\mathcal{M}$ می‌نامیم. توجه کنید که اگر در مرز $\mathcal{F}$، دو نیم‌خط (خط و خط‌چین) و ۲ کمان (خط و خط‌چین) که i نقطهٔ مشترک آنهاست) را با توجه به عمل $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{Z})$ یکی کنیم، $\mathcal{M}$ به دست می‌آید. در این حالت $\mathcal{M}$ یک خمینهٔ هموار نیست، بلکه یک اربیفلد (orbifold) است.



مطالب فوق نشان می‌دهند که هر رویهٔ ریمان با گونای یک، با یک τ در $\mathcal{M}$ مشخص می‌شود و بر عکس، به وضوح هر $\tau\in\mathcal{M}$ یک رویهٔ ریمان با گونای یک را مشخص می‌کند. آنچه که باقی می‌ماند، بررسی این مطلب است که دو τ و τ' متمایز در $\mathcal{M}$، رویه‌های ریمان متفاوتی را مشخص می‌کنند. به منظور رسیدن به این هدف و در ادامه، اندکی نگاشت‌های $\mathbb{T}\longrightarrow\mathbb{T}$ را مطالعه می‌کنیم.

از آن جاکه $\pi_1(\mathbb{T})=\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}$، گروه تبدیل‌های پوششی $\pi:\mathbb{C}\longrightarrow\mathbb{T}$ برابر $\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}$ است که توسط نگاشت‌های $z\longmapsto z+\omega_i$ برای $i=1,2$ تولید می‌شود. بنابراین گروه بنیادی $\mathbb{T}_{\mathcal{M}}$ به صورت متعارف با مشبکهٔ $\{n_1\omega_1+n_2\omega_2 : n_1,n_2\in\mathbb{Z}\}$ یکریخت است. همچنین توجه کنید که $\pi_1(\mathbb{T})$ را بدون انتخاب نقطهٔ پایه نمایش می‌دهیم زیرا $\pi_1(\mathbb{T})$ آبلی است و در نتیجه نگاشت‌های مزدوج در گروه بنیادی، همانی هستند.

قضیهٔ ۸: گروه رده‌های هموتوپی هومئومورفیسم‌های جهت‌نگه‌دار چنبره با $\mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$ یکریخت است.

اثبات فرض کنید $\mathbb{T}=\mathbb{C}/(\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z})$ و گروه رده‌های هموتوپی هومئومورفیسم‌های جهت‌نگه‌دار $\mathbb{T}$ را $\mathrm{Mod}(\mathbb{T})$ بنامید. هر هومئومورفیسم $\mathbb{T}$ مانند f نگاشت $f_*:\pi_1(\mathbb{T})\longrightarrow\pi_1(\mathbb{T})$ را القا می‌کند. از آن جا که f وارون‌پذیر است، f_* یک خودریختی $\pi_1(\mathbb{T})$ است. بنابراین داریم:

$$\mathrm{Mod}(\mathbb{T})\longrightarrow\mathrm{Aut}(\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z})\approx GL(2,\mathbb{Z})$$
$$f\longmapsto f_*.$$

از اینکه عدد تقاطع جبری در $\mathbb{T}$ متناظر دترمینان است و هومئومورفیسم‌های جهت‌نگه‌دار، عدد تقاطع جبری را حفظ می‌کنند، نتیجه می‌گیریم که f_* عضوی از $\mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$ است.

همچنین اینکه هر عضو $\mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$ هومئومورفیسم خطی جهت‌نگه‌داری روی $\mathbb{R}^2$ القا می‌کند که به هومئومرفیسم خطی‌ای روی $\mathbb{T}$ فرستاده می‌شود، نشان می‌دهد که $f\longmapsto f_*$ پوشاست.

برای اتمام اثبات کافی است نشان دهیم که اگر $f_1,f_2:\mathbb{T}\longrightarrow\mathbb{T}$ و $f_{1_*}=f_{2_*}$، آنگاه f_1 هوموتوپ f_2 است. برای این کار، فرض کنید که $\tilde{f}_i:\mathbb{C}\longrightarrow\mathbb{C}$ (به ازای $i=1,2$) تفریع‌یافتهٔ f_i باشد. در این صورت داریم:

$$\tilde{f}_1(z+n_1+n_2 i)-\tilde{f}_2(z+n_1+n_2 i)=\tilde{f}_1(z)-\tilde{f}_2(z),$$
$$\forall z\in\mathbb{C},\qquad \forall n_1,n_2\in\mathbb{N}.$$

اگر تعریف کنیم:

$$\tilde{F}(z,s)=(1-s)\tilde{f}_1(z)+s\tilde{f}_2(z),$$

آنگاه

$$\tilde{F}(z+n_1+n_2 i,s)=\tilde{f}_1(z+n_1+n_2 i)+s\left(\tilde{f}_2(z)-\tilde{f}_1(z)\right).$$

در نتیجه $\tilde{F}(\cdot,s)$ نگاشت $F(\cdot,s):\mathbb{T}\longrightarrow\mathbb{T}$ را القا می‌کند که هموتوپی مورد نظر بین f_1 و f_2 را به دست می‌دهد. □

اکنون ابزار لازم برای اثبات قضیهٔ زیر را در اختیار داریم.

قضیهٔ ۹: با نمادگذاری‌های فوق، اگر $\tau,\tau'\in\mathcal{M}$ و $\tau\neq\tau'$، آنگاه $\mathbb{T}_\tau$ و $\mathbb{T}_{\tau'}$ متفاوت‌اند.

اثبات نخست نشان می‌دهیم که اگر $f:\mathbb{T}_\tau\longrightarrow\mathbb{T}_{\tau'}$ یک هومئومورفیسم همدیس باشد، آنگاه $f_*(\tau)=\tau'$. در اینجا f_* عضوی از $\mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$ است و عمل $\mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$ روی $\mathbb{H}$ به وسیلهٔ تبدیل موبیوس زیر تعریف شده است:

$$\begin{pmatrix} a & b\\ c & d\end{pmatrix}\longmapsto f(z)=\frac{az-b}{-cz+d}.$$

برای این کار و با توجه به اینکه $\mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$ توسط

$$P=\begin{pmatrix} 1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix},\qquad Q=\begin{pmatrix} 0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix},$$

تولید می‌شود، کافی است تا ادعای فوق را در مورد P و Q اثبات کنیم.

می‌توان ۱ و τ را به عنوان عناصر پایهٔ $\pi_1(\mathbb{T}_\tau)$ در نظر گرفت. در این صورت P یک پیچ دن (Dehn twist) خواهد بود. اگر یک پیچ دن حول

خم بستهٔ سادهٔ α را با D_α نمایش دهیم، آنگاه P پیچ دن $D_۱^{-۱}$ است. به همین ترتیب Q عبارت است از $(D_۱D_\tau D_۱)^{-۱}$. از طرفی داریم

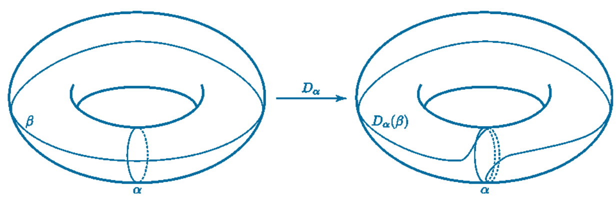
$$(D_۱^{-۱})(۱) \sim ۱, \qquad (D_۱^{-۱})(\tau) \sim \tau - ۱,$$

که در آن مقصود از $\sim$، ایزوتوپی است. به عبارت دیگر $D_۱^{-۱}$، ۱ را ثابت نگه می‌دارد و τ را به $\tau - ۱$ می‌برد. اما این، به آن معناست که $D_۱^{-۱}$ روی $\mathbb{H}$ توسط تبدیل موبیوس $z \longmapsto z - ۱$ عمل می‌کند. به صورت مشابه، $(D_۱D_\tau D_۱)^{-۱}$، $(۱, \tau)$ را به $(-\tau, ۱)$ تصویر می‌کند که اگر آن را به صورت استاندارد نمایش دهیم، $(۱, \frac{۱}{\tau})$ خواهد بود. این مطلب نشان می‌دهد که $(D_۱D_\tau D_۱)^{-۱}$ روی $\mathbb{H}$ به صورت تبدیل موبیوس $z \longmapsto -\frac{۱}{z}$ عمل می‌کند. به این ترتیب اثبات ادعای $f_*(\tau) = \tau'$ کامل می‌شود.

حال اثبات قضیهٔ ۸ روشن است. فرض کنید $\tau, \tau' \in \mathcal{M}$، $\tau \neq \tau'$، و $f : \mathbb{T}_\tau \longrightarrow \mathbb{T}_{\tau'}$ یک هومئومورفیسم همدیس باشد، در این صورت τ' از راه عمل یکی از عناصر $\mathrm{SL}(۲, \mathbb{Z})$ روی τ به دست آمده است. اما این مطلب با

$$\mathcal{M} = \mathbb{H}/\mathrm{PSL}\,(۲, \mathbb{Z}) = \mathbb{H}/\mathrm{SL}\,(۲, \mathbb{Z})$$

در تناقض است. □



تصویری که به کمک قضیه‌های ۷ و ۹ به دست می‌آید نه تنها مجموعه‌ای به دست می‌دهد که نقاط آن در تناظرند با ساختارهای مختلط روی چنبره، بلکه می‌توان این مجموعه را به صورت یک فضای پرمایش در نظر گرفت.

تعریف. فضای پرمایش $\mathcal{M}(\mathbb{T})$، فضای رده‌های هم‌ارزی چنبره‌های مجهز به ساختار همدیس است. دو چنبره را هم‌ارز در نظر می‌گیریم هرگاه نگاشت دوسویی همدیسی بین آنها وجود داشته باشد. همچنین فرض کنید $\{\mathbb{T}^n\}_{n\in\mathbb{N}}$ دنباله‌ای از رده‌های هم‌ارزی باشد. در این صورت $\mathbb{T}^n$ را به $\mathbb{T}$ همگرا گوییم، هرگاه پایه‌های $(\omega_۱^n, \omega_۲^n)$ برای $\mathbb{T}^n$ و پایهٔ $(\omega_۱, \omega_۲)$ برای $\mathbb{T}$ موجود باشند به طوری که $\frac{\omega_۲^n}{\omega_۱^n}$ به $\frac{\omega_۲}{\omega_۱}$ همگرا شود.

تعریف. فضای تایشمولر (Teichmüller space)، $\mathcal{T}(\mathbb{T})$، فضای رده‌های هم‌ارزی زوج‌های $(\mathbb{T}, (\omega_۱, \omega_۲))$ است که در آن $\mathbb{T}$ یک چنبره و $(\omega_۱, \omega_۲)$ پایه‌ای برای $\mathbb{T}$ است (مشبکهٔ M، $\mathbb{T}$ را تعریف می‌کند). $(\mathbb{T}, (\omega_۱, \omega_۲))$ و $(\mathbb{T}', (\omega'_۱, \omega'_۲))$ را هم‌ارز گوییم، اگر نگاشت دوسویی همدیس

$$f : \mathbb{T} \longrightarrow \mathbb{T}$$

با

$$f_*(\omega_i) = \omega'_i$$

وجود داشته باشد. توجه کنید که $(\omega_۱, \omega_۲)$ و $(\omega'_۱, \omega'_۲)$ به ترتیب با پایه‌های $\pi_۱(\mathbb{T})$ و $\pi_۱(\mathbb{T}')$ یکی شده‌اند. همچنین گوییم $(\mathbb{T}^n, (\omega_۱^n, \omega_۲^n))$ به $(\mathbb{T}, (\omega_۱, \omega_۲))$ همگراست، هرگاه $\frac{\omega_۲^n}{\omega_۱^n}$ به $\frac{\omega_۲}{\omega_۱}$ همگرا شود.

تعریف. گروه رده‌های نگاشت (mapping class group) $\mathrm{Mod}(\mathbb{T})$، گروه رده‌های هوموتوپی هومئومورفیسم‌های جهت‌نگه‌دار چنبره است.

قضیهٔ زیر، خلاصهٔ مطالب این قسمت است که ارتباط میان تعاریف فوق را نیز توضیح می‌دهد.

قضیهٔ ۱۰:

$$\mathcal{M}(\mathbb{T}) = \mathcal{M}, \qquad \mathcal{T}(\mathbb{T}) = \mathbb{H}, \qquad \mathrm{Mod}(\mathbb{T}) = \mathrm{SL}(۲, \mathbb{Z}),$$
$$\mathcal{M}(\mathbb{T}) = \mathcal{T}(\mathbb{T})/\mathrm{Mod}(\mathcal{T}).$$

۳. ساختارهای مختلط روی رویه‌هایِ با گونای بزرگتر از یک

در این قسمت، به اختصار، تعمیم تعاریف قسمت قبل را در حالتی که گونای رویه بزرگتر از یک باشد، مرور می‌کنیم. فرض کنید S یک رویهٔ بسته و جهت‌پذیر با گونای $g \geqslant ۲$ باشد. اگر S به یک ساختار همدیس مانند c مجهز شده باشد، آنگاه رویهٔ ریمان حاصل را با (S, c) نمایش می‌دهیم. با توجه به نتیجهٔ ۶، پوشش جهانی (S, c) نیم‌صفحهٔ بالایی $\mathbb{H}$ است و به این ترتیب (S, c) به یک متریک هذلولوی مجهز می‌شود. این متریک هذلولوی به صورت یکتا توسط ساختار همدیس c مشخص می‌شود، زیرا هر نگاشت همدیس بین متریک‌های هذلولوی، یک ایزومتری است: هر نگاشتی از این دست به یک خودریختی همدیس از نیم‌صفحهٔ بالایی $\mathbb{H}$ ترفیع می‌یابد که یک ایزومتری متریک هذلولوی $\mathbb{H}$ خواهد بود. در نتیجه متریک‌های هذلولویِ به صورت همدیس معادل، در حد یک ایزومتری متفاوت‌اند و نمی‌توان بین آنها از نظر متریکی تفاوتی قائل شد. بنابراین به ازای هر $g \geqslant ۲$ ثابت، یک تناظر دوسویی طبیعی بین ساختارهای همدیس و متریک‌های هذلولوی روی S وجود دارد. از این رو، ساختار همدیس روی S را با متریک هذلولی متناظر با آن یکی می‌گیریم و هر دو را با نمادی یکسان (یعنی c) نمایش می‌دهیم.

تعریف. فضای پرمایش $\mathcal{M}_g$ مجموعهٔ ساختارهای همدیس (یا متریک‌های هذلولوی) روی رویهٔ داده شدهٔ S است که در آن (S, c_1) و (S, c_2) را هم‌ارز می‌گیریم، هرگاه دیفئومورفیسم همدیس (یا ایزومتری) بین آنها موجود باشد. توجه کنید که g گونای S است.

البته توپولوژی فضای $\mathcal{M}_g$ پیچیده است. به عنوان مثال، $\mathcal{M}_g$ یک خمینهٔ هموار نیست و در ساختارهای همدیسی که خودریختی همدیس می‌پذیرند، تکینگی‌هایی رخ می‌دهد. به همین دلیل، تایشمولر یکسانی ضعیف‌تری را (نسبت به یکسانی فوق که در تعریف فضای پرمایش ظاهر شد)، معرفی می‌کند. به این ترتیب که (S, c_1) و (S, c_2) را با یکدیگر هم‌ارز نمی‌گیریم، اگر دیفئومورفیسم همدیس بین آنها، هوموتوپ همانی نباشد. راه دیگری برای بیان این هم‌ارزی ضعیف‌تر آن است که سه‌تایی‌های (S, c, f) را در نظر بگیریم که در آنها، c ساختار همدیس روی S و $f : S \longrightarrow S$ یک دیفئومورفیسم است. دو سه‌تایی (S, c_i, f_i) به ازای $i = 1, 2$ را هم‌ارز می‌گیریم اگر نگاشت همدیس $k : (S, c_1) \longrightarrow (S, c_2)$ موجود باشد به طوری که نمودار زیر در حد هوموتوپی جابه‌جا شود. به عبارت دیگر $f_2 \circ f_1^{-1}$ و k هوموتوپ باشند.

$$\begin{tikzcd} & S \arrow[dl, "f_1"'] \arrow[dr, "f_2"] & \\ (S, c_1) \arrow[rr, "k"'] & & (S, c_2) \end{tikzcd}$$

تعریف. رده‌های هم‌ارزی سه‌تایی‌های (S, c, f) را تحت رابطهٔ هم‌ارزی فوق، فضای تایشمولر می‌نامیم و با $\mathcal{T}_g$ (g گونای S است) نمایش می‌دهیم.

با توجه به تعاریف فوق، فضای پرمایش $\mathcal{M}_g$ فضای خارج قسمتی $\mathcal{T}_g$ است که به وسیلهٔ فراموش کردن دیفئومورفیسم‌های f به دست می‌آید. دیفئومورفیسم f مشخص می‌کند که چگونه (S, c) به صورت توپولوژیک با یک مدل ثابت S یکی شده است. نگاشت $h : (S, c_1, f_1) \longrightarrow (S, c_2, f_2)$ هوموتوپ همانی است، اگر و تنها اگر h هوموتوپ $f_2 \circ f_1^{-1}$ باشد. در نتیجه هوموتوپ بودن k با $f_2 \circ f_1^{-1}$ معادل با هوموتوپ بودن k با همانی است. بنابراین فضای تایشمولر، رده‌های هم‌ارزی سه‌تایی‌های (S, c, f) است که از طریق هم‌ارزی توسط دیفئومورفیسم‌های همدیس که هوموتوپ همانی هستند، به دست می‌آید.

تعریف. فرض کنید $D^+(S)$ گروه دیفئومورفیسم‌های جهت‌نگه‌دار S باشد. این گروه را به توپولوژی فشرده‌ـباز مجهز می‌کنیم. در این صورت، گروه رده‌های نگاشت S به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{Mod}_g = \pi_0(D^+(S))$$

که در آن g گونای S است.

به ازای $g \geqslant 2$ نیز قضیه‌ای مشابه قضیهٔ ۱۰ برقرار است که ارتباط میان فضای پرمایش، فضای تایشمولر و گروه رده‌های نگاشت S را توضیح می‌دهد.

قضیهٔ ۱۱:

$$\mathcal{M}_g = \mathcal{T}_g / \mathrm{Mod}_g.$$

۴. نگرش جبری

همان طورکه در مقدمه مشاهده کردیم، رویهٔ C_3 که از فشرده‌سازی صفرهای معادلهٔ $f_3(x, y) = y^2 - x^3 - ax^2 - b_2 - c$ به دست آمد دارای گونای یک است. به همین صورت می‌توان معادلات پیچیده‌تری برحسب x و y را در نظر گرفت و با استفاده از روش‌های بیان‌شده در مقدمه، گونای هر کدام از این رویه‌ها را به دست آورد.

این ایده را می‌توان تعمیم داد و صفرهای مشترک تعدادی چندجمله‌ای همگن برحسب متغیرهای $x_0, \cdots, x_n$ را در داخل $\mathbb{P}^n$ در نظر گرفت. اگر این معادلات به نحوی باشند که صفرهای مشترک آنها یک خمینهٔ یک‌بعدی مختلط باشد، به این خمینه، یک خم جبری می‌گوییم. برای g و n طبیعی می‌توان چنین تعریف کرد:

تعریف. فضای پرمایش خم‌های گونای g با n نقطه، فضای جبری $\mathcal{M}_{g,n}$ است که

۱) نقاط $\mathcal{M}_{g,n}$ در تناظر یک به یک با ردهٔ خم‌های جبری هموار با گونای g هستند که روی هر خم، n نقطه متمایز $p_1, \cdots, p_n$ را نیز تثبیت کرده‌ایم.

۲) اگر معادلات خم C را به طور پیوسته تغییر دهیم و به خانوادهٔ C_t از خم‌های جبری برسیم، آنگاه نقاط متناظر با خم‌های C_t یک مسیر پیوسته روی $\mathcal{M}_{g,n}$ تشکیل می‌دهند. به همین صورت، اگر مکان نقاط را روی C تغییر دهیم، نقاط متناظر این خم‌ها روی $\mathcal{M}_{g,n}$ به طور پیوسته تغییر می‌کنند.

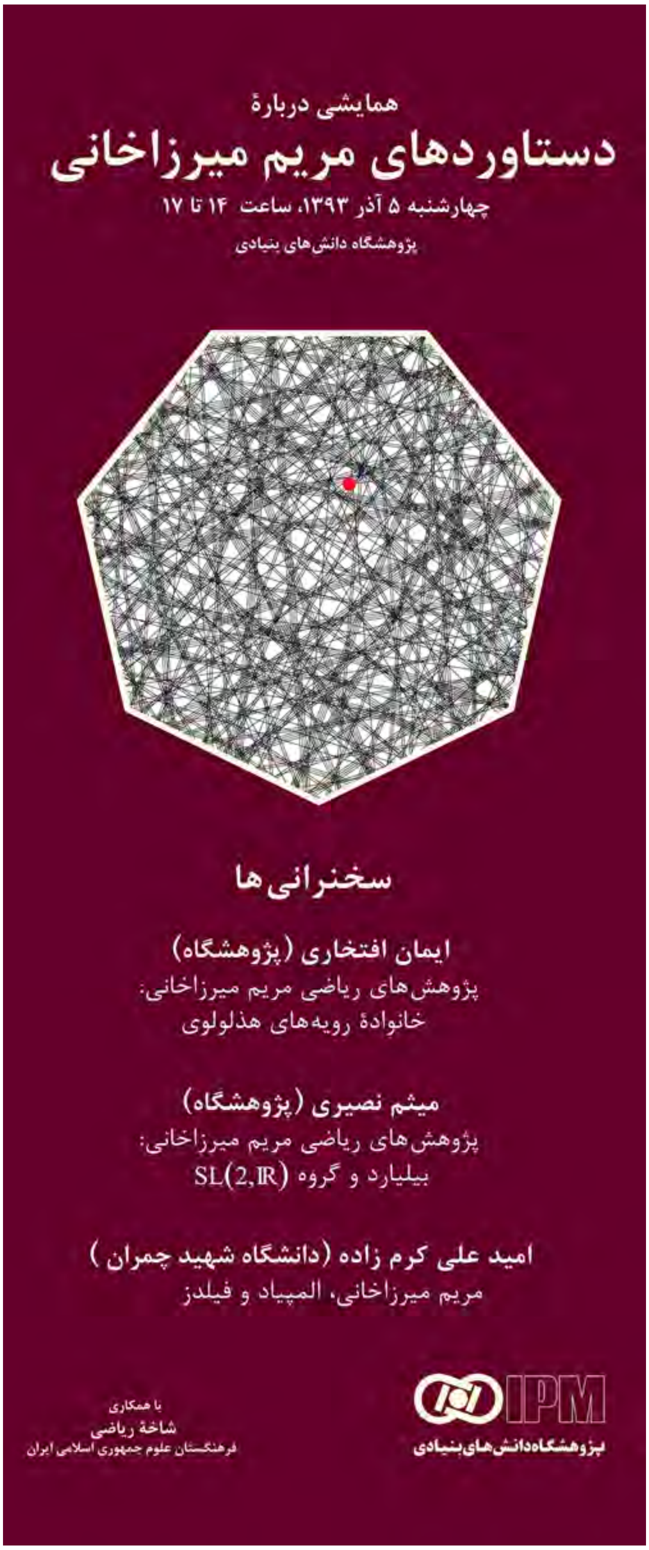
فضای $\mathcal{M}_{g,n}$ و هندسهٔ آن مشابه با حالت گراسمانین که در مطالعهٔ کلاف‌های برداری کاربرد داشت در مطالعهٔ خانواده‌های خم‌های جبری کاربرد دارد. یکی از ابزارهای رایج برای این مطالعات استفاده از گروه‌های کوهومولوژی و گروه‌های چاو (Chow) است که در حالت فشرده قابل محاسبه‌اند. برای این منظور فشرده‌سازی دلین‌ـمامفورد (Deligne-Mumford) را در نظر می‌گیریم.

در فشرده‌سازی $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$ از $\mathcal{M}_{g,n}$، خم‌های غیرهمواری را که دارای تکینگی رأسی (مشابه با $xy = 0$) هستند نیز در نظر می‌گیریم. شکل صفحهٔ بعد مثالی از چنین خمی است:

برای نقطهٔ $P = (C, p_1, \cdots, p_n)$ از $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$ فضای پادمماس در نقطهٔ kام را در نظر می‌گیریم. اگر این فضا را برای تمام نقاط $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$ در نظر بگیرید، یک کلاف خطی مختلط روی $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$ به دست می‌دهد، که آن را $\mathbb{L}_k$ می‌نامیم.

تعریف. به ازای k، $1 \leq k \leq n$:

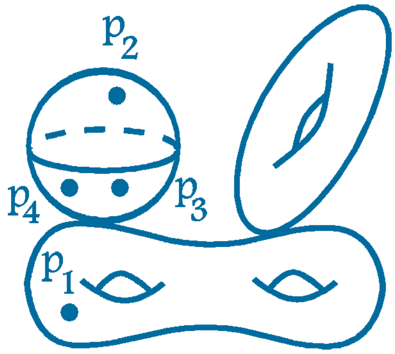
$$\psi_k := c_1(\mathbb{L}_k).$$



طرح‌ها

صفحهٔ ۱۲: مدادرنگی روی کاغذ از سعید سادات‌نیا

صفحهٔ ۴۳: مداد روی کاغذ از نیما زارع نهندی



رده‌های کوهومولوژی ψ_k و نظریهٔ تقاطع مرتبط با آنها در حدس ویتن ـ قضیهٔ کانتسویچ، ظاهر می‌شوند. برای بیان صورت این قضیه به نمادهای زیر نیازمندیم:

نمادگذاری:

$$< \tau_{a_1}\tau_{a_2}\cdots\tau_{a_n} > = \int_{\overline{\mathcal{M}}_{g,n}} \psi_1^{a_1}\cdots\psi_n^{a_n}$$

$$F(t_0, t_1, \cdots) := \sum_S \prod_{i=0}^{w} \frac{t_i^{s_i}}{s_i!} < \tau_0^{s_0}\tau_1^{s_1}\tau_2^{s_2}\cdots\tau_w^{s_w} > .$$

$$S = (s_0, s_1, \cdots, s_w)$$

قضیهٔ کانتسویچ: تابع مولد F برای هر i در معادلهٔ زیر صدق می‌کند:

$$\frac{\partial}{\partial t_i}\frac{\partial^2}{\partial t_0^2}F = \frac{1}{2i+1}\left\{\frac{\partial}{\partial t_{i-1}}\frac{\partial}{\partial t_0}F\cdot\frac{\partial^3}{\partial t_0^3}F + 2\frac{\partial}{\partial t_{i-1}}\frac{\partial^2}{\partial t_0^2}F\cdot\frac{\partial^2}{\partial t_0^2}F + \frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial t_{i-1}}\frac{\partial^4}{\partial t_0^4}F\right\}.$$

مراجعی برای مطالعهٔ بیشتر

1. **E. Arbarello**, **M. Cornalba**, and **P. Griffiths**, *Geometry of Algebraic Curves*, Vol. II, Springer-Verlag, Berlin, 2011.

2. **A. Fletcher** and **V. Markovic**, *Quasiconformal Maps and Teichmüller Theory*, Oxford University Press, New York, 2006.

3. **F. Gardiner** and **N. Lakic**, *Quasiconformal Teichmüller Theory*, AMS, Mathematical Surveys and Monographs, 1999.

4. **Y. Imayoshi** and **M. Taniguchi**, *An Introduction to Teichmüller Spaces*, Springer-Verlag, Tokyo, 1992.

برندگان مدال فیلدز از آغاز تاکنون

(۲۰۱۴-۱۹۳۶)

این فهرست که نام بسیاری از برجسته‌ترین ریاضیدانان جهان در ۸۰ سال گذشته را در خودجای داده است ضمناً نشان‌دهندهٔ بسیاری از داغ‌ترین موضوع‌ها و مهمترین دستاوردهای پژوهش ریاضی در این مدت است.

سال	محل کنگره	برندهٔ مدال	محل کار (در هنگام دریافت مدال)	دلیل اعطای جایزه
۱۹۳۶	اسلو، نروژ	لارس آلفورس	دانشگاه هلسینکی، فنلاند	پژوهش در زمینهٔ رویه‌های پوششیِ مرتبط با رویه‌های ریمانِ توابعی که وارون توابع تام و برخه‌ریخت‌اند. گشایش حیطه‌های جدیدی در آنالیز.
		جسی داگلاس	مؤسسهٔ فناوری ماساچوست (ام‌آی‌تی)، آمریکا	انجام تحقیقات مهم در مسئلهٔ پلاتو دربارهٔ تعیین رویه‌های مینیمالی که به وسیلهٔ مرز مشخصی به هم مربوط و تعیین می‌شوند.
۱۹۵۰	کیمبریج، آمریکا	لوران شوارتس	دانشگاه نانسی، فرانسه	ارائهٔ نظریهٔ توزیع‌ها، مفهوم جدیدی از تابع تعمیم‌یافته که از تابع دلتای دیراک در فیزیک نظری سرچشمه گرفته است.
		آتله سلبرگ	مؤسسهٔ مطالعات پیشرفته، آمریکا	ارائهٔ تعمیم‌هایی از روش‌های غربال ویگوبرون، کسب نتایج مهمی دربارهٔ صفرهای تابع زتای ریمان؛ ارائهٔ اثباتی مقدماتی از قضیهٔ اعداد اول (با همکاری پال اردوش) با تعمیم آن به اعداد اول در یک تصاعد حسابی دلخواه.
۱۹۵۴	آمستردام، هلند	کونیهیکو کودایرا	دانشگاه توکیو، ژاپن و دانشگاه پرینستون، آمریکا	کسب نتایج مهمی در نظریهٔ انتگرال‌های همساز و کاربردهای بیشمارش در واریته‌های کیلری و به طور مشخص، واریته‌های جبری؛ نشان دادن این موضوع از طریق کوهومولوژی بافه‌ها که این گونه واریته‌ها، خمینه‌های هاج‌اند.
		ژان پیر سر	دانشگاه نانسی، فرانسه	کسب نتایج مهمی دربارهٔ گروه‌های هوموتوپی کره، به خصوص با استفاده از روش دنباله‌های طیفی. فرمول‌بندی مجدد و گسترش بعضی از حکم‌های مهم نظریهٔ متغیرهای مختلط برحسب بافه‌ها.
۱۹۵۸	ادینبورو، بریتانیا	کلاوس روث	یونیورسیتی کالج لندن، بریتانیا	حل مسئلهٔ مشهور تو- زیگل (در ۱۹۵۵) دربارهٔ تقریب زدن اعداد جبری با اعداد گویا و اثبات این موضوع (در ۱۹۵۲) که دنباله‌ای که شامل سه عدد به صورت تصاعد حسابی نباشد دارای چگالی صفر است (حدسی از اردوش و توران در ۱۹۵۳).
		رنه توم	دانشگاه استراسبورگ، فرانسه	ابداع و توسعهٔ نظریهٔ کوبوردیسم در توپولوژی جبری (در ۱۹۵۴). این رده‌بندی خمینه‌ها مبتنی بر استفادهٔ اساسی از نظریهٔ هوموتوپی است و به صورت مثال اصلی نظریهٔ عمومی کوهومولوژی درآمده است.

سال	محل کنگره	برندهٔ مدال	محل کار (در هنگام دریافت مدال)	دلیل اعطای جایزه
۱۹۶۲	استکهلم، سوئد	لارس هُرماندر	دانشگاه استکهلم، سوئد	پژوهش در معادلات دیفرانسیل جزئی، به خصوص در نظریهٔ عمومی عملگرهای دیفرانسیل خطی، در پیرامون مسائلی که ریشهٔ آنها به یکی از مسائل هیلبرت در کنگرهٔ ۱۹۰۰ برمی‌گردد.
		جان میلنر	دانشگاه پرینستون، آمریکا	اثبات اینکه یک کرهٔ ۷ بعدی می‌تواند چند ساختار دیفرانسیلیِ متفاوت داشته باشد. این دستاورد به پیدایش توپولوژی دیفرانسیل منجر شده است.
۱۹۶۶	مسکو، اتحاد جماهیرشوروی	مایکل اتیا	دانشگاه آکسفورد، بریتانیا	پژوهش مشترک با هیرتسه‌بروخ در زمینهٔ نظریهٔ K؛ اثبات قضیهٔ شاخص عملگرهای بیضوی روی خمینه‌های مختلط با همکاری سینگر؛ اثبات یک قضیهٔ نقطهٔ ثابت با همکاری بوت در ارتباط با «فرمول لفشتس».
		پال جوزف کوهن	دانشگاه استانفورد، آمریکا	استفاده از تکنیک موسوم به «اظهار» در اثبات استقلال اصل موضوع انتخاب در نظریهٔ مجموعه‌ها و فرض تعمیم‌یافتهٔ پیوستار. مسئلهٔ اخیر اولین مسئله در فهرست مسائل هیلبرت درکنگرهٔ ۱۹۰۰ بوده است.
		الکساندر گروتندیک	مؤسسهٔ مطالعات عالی علمی (IHES)، فرانسه	پیشبرد اساسیِ هندسهٔ جبری در ادامهٔ کار ویل و زاریسکی. او ایدهٔ نظریهٔ K (گروه‌ها و حلقه‌های گروتندیک) را معرفی کرده و باعث تحول انقلابی در جبر هومولوژیک در مقالهٔ مشهورش (مقالهٔ توهوکو) شده است.
		استیون اسمیل	دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، آمریکا	پژوهش در توپولوژی دیفرانسیل، که در آن تعمیم حدس پوانکاره را به ازای $n \geq 5$ ثابت کرده است. وی برای حل این مسئله و مسئله‌های وابسته، روش «دستواره‌ها» را معرفی نموده است.
۱۹۷۰	نیس، فرانسه	الن بیکر	دانشگاه کیمبریج، بریتانیا	تعمیم قضیهٔ گلفاند ـ اشنایدر (جواب مسئلهٔ هفتم هیلبرت)، و از آنجا، تولید اعدادی متعالی که قبلاً شناخته نبودند.
		هی‌ای‌سوکه هیروناکا	دانشگاه هاروارد، آمریکا	تعمیم روش ترسیم تکنیکی زاریسکی برای خم‌ها به ترسیم واریته‌های تکینه از بعد دلخواه روی میدان‌های با مشخصهٔ صفر.
		جان تامپسن	دانشگاه کیمبریج، بریتانیا	اثبات این حکم (با همکاری فایت) که همهٔ گروه‌های سادهٔ متناهیِ نادوری دارای مرتبهٔ زوج‌اند. با تعمیم این دستاورد به وسیلهٔ تامپسن، گروه‌های متناهی سادهٔ مینیمال تعیین شدند یعنی گروه‌های متناهی ساده‌ای که زیرگروه‌های سرهٔ آنها حل‌پذیرند.
		سرگی نوویکوف	دانشگاه مسکو، اتحاد جماهیر شوروی	کسب دستاوردهای مهمی در توپولوژی، که معروف‌ترین آنها اثبات ناوردایی توپولوژیک رده‌های پونتر یا گینِ خمینه‌های مشتق‌پذیر است. کار او شامل بررسی کوهومولوژی و هوموتوپی فضاهای توم (Thom) است.
۱۹۷۴	ونکوور، کانادا	انریکو بومبیری	دانشگاه پیزا، ایتالیا	پژوهش اساسی در زمینهٔ اعداد اول، توابع تک‌ارز، و حدس موضعی بیبر باخ، در نظریهٔ توابع چند متغیر مختلط، و در نظریهٔ معادلات دیفرانسیل جزئی و رویه‌های مینیمال ــ به‌خصوص در حل مسئلهٔ برنشتاین در ابعاد بالا.
		دیوید مامفرد	دانشگاه هاروارد، آمریکا	پژوهش در مسائل وجود و ساختار واریته های پیمانه‌ها، واریته‌هایی که نقاط آنها رده‌های یکریختی نوعی شیء هندسی را پارامتری می‌کنند؛ همچنین چند دستاورد مهم در نظریهٔ رویه‌های جبری.
۱۹۷۸	هلسینکی، فنلاند	پیر دُلین	مؤسسهٔ مطالعات عالی علمی (IHES)، فرانسه	حل سه حدس ویل دربارهٔ تعمیم‌های فرضیهٔ ریمان به میدان‌های متناهی. پژوهش‌های او نقش مهمی در وحدت بخشیدن هندسهٔ جبری و نظریهٔ اعدا جبری داشته است.
		چارلز ففرمن	دانشگاه پرینستون، آمریکا	نوآوری‌های متعددی که از طریق یافتن تعمیم‌های صحیح نتایج کلاسیک (در بعد پایین) باعث بازنگری در آنالیز مختلط چند بعدی شده است.

سال	محل کنگره	برندهٔ مدال	محل کار (در هنگام دریافت مدال)	دلیل اعطای جایزه
۱۹۷۸	هلسینکی، فنلاند	دانیل کوییلن	مؤسسهٔ فناوری ماساچوست (ام‌آی‌تی)، آمریکا	او معمار اصلی نظریهٔ Kی جبری در ابعاد بالاست، مبحث جدیدی که روش‌ها و ایده‌های هندسی و توپولوژیک را برای فرمول‌بندی و حل مسائل عمده‌ای در جبر، به خصوص نظریهٔ حلقه‌ها و نظریهٔ مدول‌ها به کار می‌گیرد.
		گریگوری مارگولیس	دانشگاه مسکو، اتحاد جماهیر شوروی	تحلیل نوآورانهٔ ساختار گروه‌های لی. دستاورد او به مباحث متنوع ترکیبیات، هندسهٔ دیفرانسیل، نظریهٔ ارگودیک، سیستم‌های دینامیکی، و گروه‌های لی تعلق دارد.
۱۹۸۲	ورشو، لهستان	الن کُن	مؤسسهٔ مطالعات عالی علمی (IHES)، فرانسه	کسب دستاوردهای مهم در نظریهٔ جبرهای عملگری، به خصوص در رده‌بندی کلی و قضیهٔ ساختار عوامل نوع III، رده‌بندی خودریختی‌های عامل ابرمتناهی، رده‌بندی عوامل انژکتیو، و کاربردهای نظریهٔ C^*ـجبر در برگ‌بندی‌ها و هندسهٔ دیفرانسیل به طور کلی.
		ویلیام ترستن	دانشگاه پرینستون، آمریکا	ایجاد تحول انقلابی در مبحث توپولوژی ۲ و ۳ بعدی؛ نشان دادن رابطهٔ بین آنالیز، توپولوژی، و هندسه؛ ارائهٔ این نظر که ردهٔ بسیار بزرگی از خمینه‌های بستهٔ سه بعدی دارای ساختار هذلولوی است.
		شِنگ تونگ یائو	مؤسسهٔ مطالعات پیشرفته (IAS)، آمریکا	کسب دستاوردهایی در معادلات دیفرانسیل، همچنین در حدس کالابی در هندسهٔ جبری، در حدس جرم مثبت در نظریهٔ نسبیت عام، و در معادلات مونژـآمپر حقیقی و مختلط
۱۹۸۶	دانشگاه برکلی، آمریکا	سایمن دانلدسن	دانشگاه آکسفورد، بریتانیا	پژوهش در توپولوژی چهار بعدی و به خصوص، نشان دادن اینکه ساختاری دیفرانسیلی روی فضای چهار بعدی اقلیدسی وجود دارد که متفاوت با ساختار معمولی است.
		گرت فالتینگس	دانشگاه پرینستون، آمریکا	اثبات حدس موردل با استفاده از روش‌های هندسهٔ جبری حسابی.
		مایکل فریدمن	دانشگاه کالیفرنیا، سن‌دیگو، آمریکا	ابداع روش‌های جدید برای تحلیل توپولوژیک خمینه‌های چهار بعدی. یکی از نتایج او، اثبات حدس پوانکاره در حالت چهار بعدی است.
۱۹۹۰	کیوتو، ژاپن	ولادیمیر درینفلد	مؤسسهٔ فیزیک دمای پایین و مهندسی V. Verkin، روسیه	دستاوردهایی در زمینهٔ گروه‌های کوانتومی و در نظریهٔ اعداد.
		وان جونز	دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، آمریکا	کشف ارتباط غیرمنتظره بین مطالعهٔ ریاضی گره‌ها ــ مبحثی که سابقهٔ آن به قرن نوزدهم برمی‌گردد ــ و مکانیک آماری، نوعی ریاضیات که به بررسی سیستم‌های مختلط با تعداد زیادی مؤلفه اختصاص دارد.
		شیگه‌فومی موری	دانشگاه کیوتو، ژاپن	اثبات حدس هارت شورن و دستاوردش در زمینهٔ رده‌بندی واریته‌های جبری سه بعدی.
		ادوارد ویتن	مؤسسهٔ مطالعات پیشرفته (IAS)، آمریکا	توانایی منحصربه‌فرد در تعبیر ایده‌های فیزیکی به شکل ریاضی.
۱۹۹۴	زوریخ، سویس	ژان بورگن	مؤسسهٔ مطالعات عالی علمی (IHES)، فرانسه	دستاوردهایی در چند مبحث مرکزی آنالیز ریاضی، هندسهٔ فضاهای باناخ، تحدب در ابعاد بالا، آنالیز همساز، نظریهٔ ارگودیک، و بالاخره، معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی مطرح در فیزیک ریاضی.
		پیر ـ لویی لیونز	دانشگاه پاریس ۹، فرانسه	دستاوردهایی در معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی و به خصوص معرفی مفهوم جواب‌های چسبندگی (viscosity solutions) که تأثیر مهمی در نظریهٔ معادلات دیفرانسیل جزئی داشته است.
		ژان ـ کریستوف یوکوز	دانشگاه پاریس جنوب ۱۱، فرانسه	اثبات ویژگی‌هایی پایداری ــ پایداری دینامیکی، از قبیل آنچه در منظومهٔ شمسی مورد نظر است، یا پایداری ساختاری به معنی پایداری تحت تغییرات پارامتر ویژگی‌های سراسری سیستم.
		افریم زلمانوف	دانشگاه کالیفرنیا در سن دیه‌گو، آمریکا	حل مسئلهٔ محدود شدهٔ برنساید.

سال	محل کنگره	برندهٔ مدال	محل کار (در هنگام دریافت مدال)	دلیل اعطای جایزه
۱۹۹۸	برلین، آلمان	ریچارد بورچردز	دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، آمریکا و دانشگاه کیمبریج، بریتانیا	معرفی جبرهای رأسی، اثبات حدس مون‌شاین، و کشف ردهٔ جدیدی از حاصلضرب‌های نامتناهیِ خودریخت.
		تیموتی گاورز	دانشگاه کیمبریج، بریتانیا	کسب دستاوردهای اساسی در آنالیز تابعی، با استفادهٔ گسترده از ترکیبیات. یکی از موفقیت‌های مهم گاورز برقراری پیوند پربار بین این دو مبحث است که ارتباط آنها قبلاً شناخته نبود.
		ماکسیم کانتسویچ	مؤسسهٔ مطالعات عالی علمی (IHES)، فرانسه و دانشگاه راتگرز، آمریکا	کسب دستاوردهای مهم دربارهٔ جنبه‌های هندسی فیزیک ریاضی.
		کرتیس مک‌مولن	دانشگاه هاروارد، آمریکا	پژوهش‌های مهم در چند شاخهٔ نظریهٔ سیستم‌های دینامیکی، از قبیل مطالعهٔ الگوریتمیِ معادلات چند جمله‌ای، مطالعهٔ توزیع نقاط شبکه‌ای از یک گروه لی، هندسهٔ هذلولوی، دینامیک تمام‌ریخت، و باز بهنجارش نگاشت‌های بازه.
۲۰۰۲	پکن، چین	لوران لافورگ	مؤسسهٔ عالی مطالعات علمی (IHES)، فرانسه	اثبات تناظر لنگ‌لندز برای گروه‌های خطی کامل $\mathrm{GL}_r\,(r \geq 1)$ روی میدان‌های تابعی.
		ولادیمیر وودسکی	مؤسسهٔ مطالعات پیشرفته (IAS)، آمریکا	تعریف و ارائهٔ کوهومولوژی موتیویک و نظریهٔ هموتوپی واریته‌های جبری؛ اثبات حدس‌های میلنر دربارهٔ نظریهٔ Kی میدان‌ها.
۲۰۰۶	مادرید، اسپانیا	آندری اُکونکوف	دانشگاه کلمبیا، آمریکا	دستاوردهایی که احتمال، نظریهٔ نمایش‌ها، و هندسهٔ جبری را به هم پیوند می‌زند.
		گریگوری پرلمان	—	پژوهش در هندسه و رهیافت انقلابی‌اش در مورد ساختار آنالیزی و هندسی شارش ریچی.
		ترنس تائو	دانشگاه کالیفرنیا در لس آنجلس، آمریکا	دستاوردهایی در معادلات دیفرانسیل جزئی، ترکیبیات، آنالیز همساز، و نظریهٔ جمعی اعداد.
		وندلین ورنر	دانشگاه پاریس جنوب ۱۱، فرانسه	دستاوردهایی در موضوع تکامل لئونر تصادفی، هندسهٔ حرکت براونی دو بعدی، و نظریهٔ میدان همدیس.
۲۰۱۰	حیدرآباد، هند	الون لیندنشتراوس	دانشگاه عبرانی بیت‌المقدس و دانشگاه پرینستون، آمریکا	کسب نتایجی دربارهٔ صلبیت اندازه در نظریهٔ ارگودیک، وکاربردهای آنها در نظریهٔ اعداد.
		انگو بائو چائو	دانشگاه پاریس جنوب ۱۱، فرانسه و موسسهٔ مطالعات پیشرفته (IAS)، آمریکا	اثبات لم اساسی در نظریهٔ صورت‌های خودریخت از طریق معرفی روش‌های جدید جبری-هندسی.
		استانیسلاو اسمیرنوف	دانشگاه ژنو، سویس	اثبات ناوردایی همدیسِ پرکولاسیون و مدل آیزینگ هامنی در فیزیک آماری.
		سدریک ویلانی	اکول نرمال سوپریور لیون، و انستیتوی هانری پوانکاره، فرانسه	اثبات میرایی لانداو غیرخطی و همگرایی به تعادل برای معادلهٔ بولتسمان.
۲۰۱۴	سئول، کرهٔ جنوبی	آرتر اَویلا	دانشگاه پاریس VII و CNRS، فرانسه و مؤسسهٔ ملی ریاضیات محض و کاربردی، فرانسه	پژوهش‌های عمیق و دگرگون‌ساز در نظریهٔ سیستم‌های دینامیکی، با استفاده از ایدهٔ نیرومند باز بهنجارش به عنوان یک اصل وحدت‌بخش.
		مانجول بهارگاوا	دانشگاه پرینستون، آمریکا	ابداع روش‌های جدید در هندسهٔ اعداد و کاربرد آنها در شمارش حلقه‌های بارتبهٔ کوچک و محدود سازی رتبهٔ متوسط خم‌های بیضوی.
		مارتین هایرر	دانشگاه وارویک، بریتانیا	کسب نتایج مهم در نظریهٔ معادلات دیفرانسیل جزئی تصادفی و به خصوص ابداع نظریهٔ ساختارهای نظم برای این گونه معادلات.
		مریم میرزاخانی	دانشگاه استانفورد، آمریکا	کسب دستاوردهای چشمگیر در دینامیک و هندسهٔ رویه‌های ریمانی و فضاهای پیمانه‌ای آنها.

عده‌ای از مشهورترین برندگان مدال فیلدز


ژان پیر سر
(۱۹۵۴، فرانسوی)


جان میلنر
(۱۹۶۲، آمریکایی)


مایکل اتیا
(۱۹۶۲، انگلیسی)

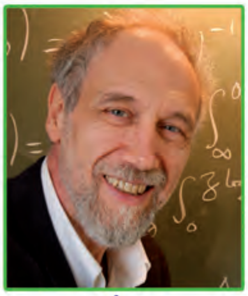

پال کوهن
(۱۹۶۲، آمریکایی)


الکساندر گروتندیک
(۱۹۶۶، فرانسوی)


استیون اسمیل
(۱۹۶۶، آمریکایی)


دیوید مامفرد
(۱۹۷۴، آمریکایی)


پیر دُلین
(۱۹۷۸، بلژیکی)


الن کُن
(۱۹۸۲، فرانسوی)


ویلیام ترستن
(۱۹۸۲، آمریکایی)


ادوارد ویتن
(۱۹۹۰، آمریکایی)


ماکسیم کانتسویچ
(۱۹۹۸، روس-فرانسوی)


گریگوری پرلمان
(۲۰۰۶، روس)


ترنس تائو
(۲۰۰۶، استرالیایی)


سدریک ویلانی
(۲۰۱۰، فرانسوی)


مریم میرزاخانی
(۲۰۱۴، ایرانی)


N.Z.N 2014

رویـــــدادهــــا

(تابستان ۱۳۹۳)

پژوهشکدهٔ ذرات و شتابگرها

• سمینار هفتگی

شاهین صنایع حجری، پژوهشگاه،
CLIC drive beam injector design.

فرید تقی‌نواز، دانشگاه صنعتی شریف،
Transport theory of QGP.

انسیه عرفانی، پژوهشگاه،
Inflation and dark matter primordial black holes.

آبیشک چودهوری، مؤسسهٔ تحقیقاتی چندرا، هند،
BPS state counting in N=8 supersymmetric string theory for pure D-brane configurations.

کمال حاجیان، پژوهشگاه،
Near horizon extremal geometry "perturbations".

محمدعلی اکبری، دانشگاه شهید بهشتی و پژوهشگاه،
Thermal fluctuation and meson melting.

حمیدرضا افشار، دانشگاه گرونینگن، هلند،
Extended massive gravity in three dimensions.

رضا گلدوزیان، پژوهشگاه،
Search for anomalous single top quark production in association with a photon with the CMS detector at LHC.

زهرا رضایی، دانشگاه تفرش و پژوهشگاه،
The imaginary potential of heavy quarkonia moving in strongly coupled plasma.

سید یاسر ایازی، پژوهشگاه،
Collider phenomenology of inert triplet dark matter.

آرش رنجبر، مرکز مطالعات علمی، شیلی،
A generalization of parallelizability of manifolds to AdS spacetime and its applications.

سارا خطیبی، پژوهشگاه،
Top-Higgs final state as a probe of flavor-changing neutral current.

شهو عبدالسلام، مرکز بین‌المللی فیزیک نظری (ICTP) و مؤسسهٔ ملی فیزیک هسته‌ای (INFN)، ایتالیا،
Methods and tools for MSSM parameter space landscaping.

آنجلو رافائل فاتزیو، دانشگاه کلمبیا، آمریکا،
Modern methods on scattering amplitudes calculations (I, II, III).

سارا طاهری منفرد، پژوهشگاه،
Progress in integrated and Un integrated parton distribution functions and implications for LHC.

شیما فیاض‌بخش، پژوهشگاه،

Quark anomalous magnetic moment and QCD phase transition.

پژوهشکدهٔ ریاضیات

• سخنرانی عمومی

امیر محمدی، دانشگاه تگزاس، آستین، آمریکا،

Orbit closures for the action of $SL_2(R)$: Homogeneous spaces and moduli space.

عبدالرضا شادی تحویلدارزاده، دانشگاه راتگرز، آمریکا،
ذره دیراک در عالم بیگرانش کر ـ نیومن.

• کارگاه‌ها و سمینارها

کارگاه جبر دیفرانسیلی محاسباتی و مباحث مرتبط

کارگاه جبر دیفرانسیلی محاسباتی و مباحث مرتبط در روزهای ۳۱ خرداد تا ۴ تیر ماه ۱۳۹۳ در پژوهشکدهٔ ریاضیات پژوهشگاه برگزار شد. جبر دیفرانسیلی یکی از شاخه‌های کاربردی جبر و هدف آن تحلیل جبری دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل معمولی یا با مشتقات جزئی است. این رشته بر پایهٔ پژوهش‌های ریاضیدانان آمریکایی ریت (Ritt) و کلچین (Kolchin) و با نگارش کتاب جبر دیفرانسیلی توسط ریت در سال ۱۹۵۰ پایه‌گذاری شد. کاربردهای عملی این رشته با طرح جنبه‌های محاسباتی و الگوریتمی آن با انتشار مقالهٔ بولیر (Boulier) و همکاران در سال ۲۰۰۹ و همچنین با اجرای الگوریتم این مقاله در نرم‌افزار میپل مورد توجه قرار گرفت.

این کارگاه پنج‌روزه با هدف آشنایی پژوهشگران ایرانی با موضوع جبر دیفرانسیلی محاسباتی و دو موضوع مرتبط با‌آن یعنی تجزیهٔ مثلثی و پایه‌های گربنر فراگیر برگزار شد. برای این منظور از ۳ استاد برجسته در این زمینه‌ها:

فرانسوا اولیویه، اکول پلی‌تکنیک، فرانسه

مارک مورنو‌ـمازا، دانشگاه انتاریوی غربی، کانادا

دیپاک کاپور، دانشگاه نیومکزیکو، آمریکا

دعوت به عمل آمد که در قالب ۱۴ سخنرانی ۵۰ دقیقه‌ای این موضوعات را به صورت پایه‌ای معرفی کردند. با توجه به اینکه یکی دیگر از اهداف این کارگاه، گردهمایی و تقویت ارتباط بین پژوهشگران ایرانی در زمینهٔ جبر محاسباتی بود، عده‌ای از استادان ایرانی و دانشجویان دکتری نیز در زمینه‌های تخصصی خود سخنرانی کردند. همچنین یکی از برنامه‌های این کارگاه برگزاری یک جلسه بحث آزاد بود که در آن مهمانان مدعو و شرکت‌کنندگان به بحث و تبادل نظر راجع به پژوهش در زمینهٔ جبر محاسباتی در ایران و چالش‌های پیش رو پرداختند. این کارگاه با حضور ۴۴ نفر و با ایراد ۲۵ سخنرانی با عناوین زیر برگزار شد:

پریسا الوندی، دانشگاه وسترن انتاریو، کانادا،

Doing algebraic geometry with the regular chains library.

سعید اعظم، دانشگاه اصفهان،

An introduction to finite dimensional Lie theory.

مرضیه بروجنی، دانشگاه دامغان،

On homogenization SAGBI-Grobner bases in invariant rings.

حسن حقیقی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،

Some geometric applications of Macaulay's inverse system.

امیر هاشمی، دانشگاه صنعتی اصفهان و پژوهشگاه،

An introduction to Grobner bases.

دیپاک کاپور، دانشگاه نیومکزیکو، امریکا،

Elimination techniques for parametric polynomial systems.

مهسا کاظمی، دانشگاه صنعتی اصفهان،

Computational algebraic geometry and singularity theory.

بنیامین علی‌زاده، دانشگاه دامغان،

Interval Grobner systems.

مارک مورنو‌ـمازا، دانشگاه انتاریوی غربی، کانادا،

Triangular decompositions of polynomial system: Reverse engineering from Wu to Ritt through.

فرانسوا اولیویه، اکول پلی‌تکنیک، فرانسه،

The Rosenfeld-Grobner algorithm.

مسعود سبزواری، دانشگاه شهرکرد،

Computing symmetry Lie algebras of CR-manifolds.

داریوش طلعتی، دانشگاه آنکارا، ترکیه،

On the trivially related Lax pairs of the Sawada-Kotera equation.

کارگاه جبر دیفرانسیلی محاسباتی و مباحث مرتبط

رحیم زارع‌نهندی، دانشگاه تهران،

On cellular resolution of monomial ideals.

رشید زارع نهندی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان،

Steps on classification of monomial ideals with linear resolution.

برگزارکنندگان

عبدالعلی بصیری، دانشگاه دامغان

امیر هاشمی، دانشگاه صنعتی اصفهان و پژوهشگاه

رشید زارع نهندی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

حامیان مالی کارگاه عبارت بودند از پژوهشکدهٔ ریاضیات، دانشگاه دامغان، و دفتر مطالعات و همکاری‌های علمی و بین‌المللی وزارت عتف.

کارگاه ریاضیات مالی و بیمسنجی

کارگاه ریاضیات مالی و بیمسنجی از ۲۸ تا ۳۰ مرداد برگزار شد. گروه ریاضیات مالی و بیمسنجی متشکل از جمعی از متخصصان است که در این زمینه‌ها به تحقیق و تربیت نیروی مورد نیاز جامعه در دانشگاه‌های کشور می‌پردازند. امسال این گروه با همکاری پژوهشگاه دانش‌های بنیادی کارگاه‌ـ سمیناری در پژوهشکدهٔ ریاضیات این پژوهشگاه با اهداف زیر برگزار کرد.

- کمک به ارتقای تحقیقات در زمینه‌های ریاضیات مالی و بیمسنجی در سطح بین‌المللی
- کمک به ایجاد رابطه بین استادان دانشگاه، و همچنین به ارتباط با صنعت مالی و بیمه در کشور
- کمک به انجام تحقیقات بین رشته‌ای با برقراری ارتباط بین مؤسسات مختلف درگیر با موضوعات مالی و بیمه

سخنرانی‌ها در زمینه‌های زیر بود:

۱. مدیریت ریسک مالی و اعتباری،

۲. مدیریت ریسک بیمه و بیمهٔ اتکایی،

۳. آمار و بیمسنجی،

۴. روش‌های عددی،

۵. و چند موضوع دیگرِ مرتبط با ریاضیات مالی و بیمسنجی.

تعداد شرکت‌کنندگان در این سمینار، که از هر دو بخش صنعت و دانشگاه بودند، بیش از شصت نفر بود. یکی از سخنرانان مدعو، شهاب نانکلی از متخصصان حوزهٔ ریسک اعتباری از بانک ملت بود. به علاوه دو سخنران دیگر، جمیله پیکر از بانک آینده و زانیار احمدی از سازمان بورس کشور، به ترتیب در مورد ریسک نقدینگی و ریسک سیستمی سخنرانی کردند. علاوه بر این، حضور شرکت‌کنندگانی از بانک خاورمیانه، بانک صادرات و بیمهٔ ملت بر کیفیت کارگاه افزوده بود.

حضور شرکت‌کنندگان از بخش دانشگاهی بسیار چشمگیر بود.

کارگاه در دو روز و نیم به صورت جلسات عمومی و موازی (در عصر) برگزار شد.

کمیتهٔ علمی

هیربد آسا، دانشگاه لیورپول انگلستان، (دبیر کارگاه)

امیراحمدی جاوید، دانشگاه صنعتی امیرکبیر،

حسن داداشی آرانی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان،

آرش فهیم، دانشگاه ایالتی فلوریدا، آمریکا،

علی فروش باستانی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان،

امین حسن‌زاده، دانشگاه شهید بهشتی،

کیوان ملاحی کارای، دانشگاه یاکوب، آلمان،

امیر تیمور پاینده نجف‌آبادی، دانشگاه شهید بهشتی،

شیوا زمانی، دانشگاه صنعتی شریف.

سخنرانی‌ها

شیوا زمانی، دانشگاه صنعتی شریف،

Topics in fundamentals of mathematical finance.

امین حسن‌زاده، دانشگاه شهید بهشتی،

Applications of phase type in actuarial science.

شهاب نانکلی، بانک ملت،

Credit risk management and high order risk measures.

هیربد آسا، دانشگاه لیورپول انگلستان،

- *A continuous time speculative storage model for pricing agricultural insurances.*
- *On optimal reinsurance policy with distortion risk measures and premiums.*

زانیار احمدی، سازمان بورس و اوراق بهادار،

Measuring systemic risk by CoVaR approach in Tehran stock exchange.

داود احمدیان، دانشگاه تبریز،

Superconvergnce of the finite element solutions to price discrete double barrier options under a Cev model with jump diffusion.

احمد بیگدلی، دانشگاه شهید بهشتی،

Jointly optimal reinsurance.

سمیه پورقنبر، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان،

Option pricing by using of functional perturbation method.

محسن رضاپور، دانشگاه شهید باهنر، کرمان،

Carma process driven by a regularly varying Levy Archimedean copula.

رحیمه عالی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان،

Investing the efficiency of Monte Carlo in option pricing under jump-diffusion models.

امیرتیمور پاینده نجف‌آبادی، دانشگاه شهید بهشتی،

Bonus-Malus systems.

علی فروش باستانی و مریم وحید، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان،

- *Monte Carlo methods in financial engineering.*
- *Regime switching models in financial mathematics: Theory and numerics.*

حسن داداشی آرانی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایهٔ زنجان،

Model risk in generalizing the Black-Scholes model.

سید محمد مهدی کاظمی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان،

Asymptotic expansion of the American call option with dividends close to expiry.

داوود دمیرچلی، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان،

Pricing of boundary linked assets by stochastic boundary value problems solved with a new adaptive multiple shooting methods.

رحیم اقبال‌زاده، دانشگاه شهید بهشتی،

The optimal reinsurance and investment strategies in an OU model.

حامد حامدی‌نیا، دانشگاه علوم اقتصادی،

The evaluation of venture capital as an installment option.

حمیدرضا مالکی آلمانی، دانشگاه صنعتی شریف،

Stochastic Euler approximation for the CIR model of interest rate.

جمیله پیکر، بانک آینده،

Introduction to cash management models in banking systems.

مینو کامرانی، دانشگاه رازی، کرمانشاه،

Efficient simulation of nonlinear parabolic SPDEs with correlated noise.

ندا اسماعیلی، دانشگاه صنعتی شریف،

Optimal stopping and backward stochastic differential equations with obstacle.

چیمن محمدنژاد، دانشگاه شهید بهشتی،

Strategic asset allocation for a long run investment.

آرش فهیم، دانشگاه فلوریدا، آمریکا،

Knightian uncertainty in pricing financial securities.

مدرسهٔ تابستانی آنالیز و معادلات دیفرانسیل پاره‌ای

با توجه به تنوع حوزه‌های پژوهشی در آنالیز و معادلات دیفرانسیل پاره‌ای و عدم توجه کافی در داخل کشور به برخی از این حوزه‌های مهم پژوهش، مدرسهٔ تابستانی آنالیز و معادلات دیفرانسیل پاره‌ای در روزهای ۷ تیر تا ۳ مرداد با هدف آشناکردن پژوهشگران جوان کشور با موضوعاتی که تاحدودی مغفول مانده‌اند برگزار شد. هر دورهٔ درسی در این مدرسهٔ تابستانی متشکل از پنج سخنرانی ۹۰ دقیقه‌ای بود.

برگزارکنندگان

ایمان افتخاری، پژوهشگاه

مرتضی فتوحی، دانشگاه صنعتی شریف

میثم نصیری، پژوهشگاه

سخنرانی‌های دوره‌های کوتاه‌مدت
کلاد باردوس، دانشگاه پاریس ۶، فرانسه،

Macroscopic approximation of kinetic equations.

مصطفی فضلی، دانشگاه آلبرتا، کانادا،

Rigidity properties for elliptic PDEs.

مازیار میررحیمی، اینریا، پاریس، فرانسه،

Stability and stabilization of partial differential equations.

هنریک شاهقلیان، مؤسسهٔ صنعتی سلطنتی، سوئد،

Free boundary problems of obstacle type.

عبدالرضا شادی تحویلدارزاده، دانشگاه راتگرز، آمریکا،

Macro and micro are entwined: Introduction to general relativity and the Dirac equation.

حسین ترابی تهرانی، دانشگاه نوادا، لاس‌وگاس، آمریکا،

Critical point theory and PDEs.

دومین همایش ریاضیات معاصر

همایش‌های «ریاضیات معاصر» به منظور معرفی مهمترین دستاوردهای اخیر در ریاضیات در پژوهشکدهٔ ریاضیات پژوهشگاه برگزار می‌گردد. اولین همایش از این سری، در زمستان سال ۱۳۹۲ با سخنرانی فریدون رضاخانلو از دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، آمریکا دربارهٔ تحولات اخیر در احتمالات در پژوهشکدهٔ ریاضیات برگزار شد.

بررسی عمل گروه $SL_2(R)$ روی فضاهای همگن و پرمایش از موضوعاتی است که پیشرفت‌های مهمی در سال‌های اخیر در آن به دست آمده است و مریم میرزاخانی به خاطر سهم مهمی که در این پیشرفت‌ها داشته در شهریورماه ۱۳۹۳ در کنگره جهانی ریاضیدانان به دریافت جایزهٔ فیلدز نایل شد. دومین همایش ریاضیات معاصر ــ که چند هفته‌ای پیش از این رویداد تاریخی برگزار شد ــ به شرح برخی از این پیشرفت‌ها توسط امیر محمدی از دانشگاه تگزاس در آستین، آمریکا، اختصاص یافت. وی خود نقش مهمی در برخی از این پژوهش‌ها داشته است.

برگزارکنندگان
ایمان افتخاری، پژوهشگاه

میثم نصیری، پژوهشگاه

سخنرانی
امیر محمدی، دانشگاه تگزاس در آستین، آمریکا

عنوان دوره:

Orbit closures for the action of $SL_2(R)$: Homogeneous spaces and moduli space.

پژوهشکدهٔ ریاضیات ـ شعبهٔ اصفهان

• سخنرانی عمومی

غلامحسین اسلام‌زاده، دانشگاه شیراز،

*Positive cones of *-Algebras.*

مهدی احمدی، دانشگاه ناتینگهام، انگلستان،

Quantum parameter estimation with imperfect reference frames.

• سمینار هفتگی جبر لی

رسول آرامیان، دانشگاه اصفهان،

Invariant offline reflection algebras.

• دورهٔ آموزشی

هیدتو آساشیبا (Hideto Asashiba)، استاد دانشگاه شیزوکای ژاپن، از ۲۵ شهریور تا ۴ مهر مهمان پژوهشکدهٔ ریاضیات ـ شعبه اصفهان بود. زمینهٔ پژوهشی او نظریهٔ نمایش جبرها و به خصوص نظریهٔ پوشش جبرهاست.

طی حضور آساشیبا در شعبهٔ اصفهان، یک دورهٔ آموزشی کوتاه مدت، شامل پنج سخنرانی یک ساعته در روزهای ۲۶ و ۲۷ شهریور ماه برگزار شد، که مربوط به کارهای پژوهشی اخیر وی در زمینهٔ نظریهٔ پوشش بود. به‌علاوه، جلسات بحث و گفتگوی علمی نیز با پژوهشگران شعبه و همچنین دانشجویان دکتری برگزار گردید.

• دومین مدرسهٔ تابستانی آنالیز تابعی و هارمونیک: جبرهای باناخ نقطه‌وار

دومین مدرسهٔ تابستانی آنالیز تابعی و هارمونیک در تابستان ۱۳۹۳ با عنوان «جبرهای باناخ نقطه‌وار» در پژوهشکدهٔ ریاضیات ـ شعبه اصفهان و با حضور بیش از سی نفر از اعضای هیئت علمی و دانشجویان تحصیلات تکمیلی برگزار شد. در این مدرسه، رده‌های مختلف جبرهای باناخ نقطه‌وار توسط عده‌ای از

دومین مدرسهٔ تابستانی آنالیز تابعی و هارمونیک جبرهای باناخ نقطه‌دار

اعضای هیئت علمی دانشگاه‌های استان اصفهان تشریح گردید. سخنرانان عبارت بودند از: **علیرضا امینی هرندی**، **مهناز چکشی**، **حمیدرضا حاجی شریفی**، **مجید فخار**، **محمدرضا قانعی**، **زینب کمالی**، **محمدرضا کوشش**، **رسول نصراصفهانی**، **مهدی نعمتی**، و **اکرم یوسف‌زاده**.

برگزارکننده

رسول نصراصفهانی، دانشگاه صنعتی اصفهان و پژوهشگاه

• کارگاه جبرهای فوریه

دومین کارگاه آنالیز تابعی و هارمونیک در تابستان ۱۳۹۳ با عنوان «جبرهای فوریه» در پژوهشکده ریاضیات-شعبه اصفهان و با حضور حدود چهل نفر از اعضای هیئت علمی و دانشجویان تحصیلات تکمیلی برگزار شد. در این کارگاه ضمن معرفی مبسوط جبرهای فوریه، ویژگی های جبری، توپولوژیک و هندسی آنها مورد بحث قرار گرفت.

برگزارکننده

رسول نصراصفهانی، دانشگاه صنعتی اصفهان و پژوهشگاه

مدرس

مسعود امینی، دانشگاه تربیت مدرس و پژوهشگاه

پژوهشکدهٔ علوم زیستی

• سمینار هفتگی

علی ناجی، پژوهشگاه،

فیزیک پکش مولکول دی.ان.ای. در درون سلول‌ها و ویروس‌ها.

یاسمن فرزان، پژوهشگاه،

فیزیک نوترینو.

• سخنرانی

علی مهدی‌پور- شیرایه، دانشگاه واترلو، کانادا،

Phylogenetics and its application in the study of cancer.

• کارگاه

کارگاه بیوانفورماتیک ساختاری

کارگاه بیوانفورماتیک ساختاری درروزهای ۲۲ تا ۲۴ شهریور با همکاری اکول پلی‌تکنیک پاریس و با هدف آشنایی اعضای هیئت علمی دانشگاه‌ها، دانشجویان و محققان جوان با موضوعات ساختار شبکهٔ زیستی، ساختار پروتئین، تحلیل توالی پروتئین‌ها، و پیش‌بینی ساختار RNA برگزار شد.

مخاطبان این دوره، دانشجویان تحصیلات تکمیلی ــ عمدتاً در رشته‌های علوم زیستی، بیوانفورماتیک، و مهندسی کامپیوتر ــ بودند و در مجموع ۳۰ نفر از متقاضیان در این کارگاه تخصصی پدیرفته شدند.

سخنرانی‌ها

مهدی صادقی، پژوهشگاه و پژوهشگاه ملی مهندسی ژنتیک و زیست‌فناوری،

Protein 3D structure prediction.

محمد گنج‌تابش، دانشگاه تهران،

RNA structure prediction.

فاطمه زارع میرک‌آبادی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر،

Shape data simulation for RNA secondary structure prediction.

سید شهریار عرب، دانشگاه تربیت مدرس،

Protein engineering tools.

چنگیز اصلاحچی، پژوهشگاه و دانشگاه شهید بهشتی،

Networks in bioinformatics.

مهدی میرزایی، دانشگاه تربیت مدرس و پژوهشگاه،

Network analysis of protein structure.

ژان - مارک استه‌یر، اکول پلی‌تکنیک، فرانسه،

- *Combinatorics of pseudoknots.* (Joint Work with M. Reginer, A. Denise & C. Saule)

- *Prediction of some families of transmembrane protein.* (Joint Work with P. Chassigbet & T.T. Van Du)

میری رنیه، اکول پلی‌تکنیک، فرانسه،

- *Word enumeration and transcription factor binding sites.*
- *Structural genomic variants and cancer.* (Joint Work with V. Boeva & D. Iakovishina)

حمید پزشک، پژوهشگاه و پردیس علوم دانشگاه تهران،
Protein sequence analysis.

الناز صابری، دانشگاه تهران،
Protein domain assignment.

• دوازدهمین کنفرانس بین‌المللی آمار ایران

دوازدهمین کنفرانس بین‌المللی آمار ایران در روزهای ۳ تا ۵ شهریور ۱۳۹۳ در دانشگاه رازی کرمانشاه برگزار شد. در این کنفرانس حدود ۲۷۰ مقاله برای سخنرانی و ۱۱۰ مقاله برای چاپ در ۱۲ گروه تخصصی در بخش‌های مختلف ارائه شد.

عده‌ای از همکاران پژوهشکدهٔ علوم زیستی پژوهشگاه نیز با ایراد سخنرانی و ارائهٔ مقاله در بخش انفورماتیک کنفرانس شرکت کردند. دکتر حمید پزشک رئیس پژوهشکدهٔ علوم زیستی ریاست بخش انفورماتیک این همایش را برعهده داشت.

مقالات ارائه‌شده

[نام سخنران با علامت * مشخص شده است]

حمید پزشک، پژوهشگاه و دانشگاه تهران؛ **فاطمه فلاح‌دوست***، دانشگاه تهران،
A hybrid statistical measure for biological sequence comparison.

فاطمه موحدی*، دانشگاه شهید بهشتی؛ **چنگیز اصلاحچی**، پژوهشگاه و دانشگاه شهید بهشتی؛ **حمید پزشک**، پژوهشگاه و دانشگاه تهران،
A method based on birth-death process for simulating the epidemic spread of disease in a community.

رُزا اقدم*، دانشگاه شهید بهشتی؛ **مجتبی گنج‌علی**، دانشگاه تهران؛ **چنگیز اصلاحچی**، پژوهشگاه و دانشگاه شهید بهشتی،

A hybrid algorithm for inferring gene regulatory networks.

سیدامیر ملک‌پور*، دانشگاه تهران؛ **حمید پزشک**، پژوهشگاه و دانشگاه تهران؛ **مهدی صادقی**، پژوهشگاه و پژوهشگاه ملی مهندسی ژنتیک و زیست‌فناوری؛ **چنگیز اصلاحچی**، پژوهشگاه و دانشگاه شهید بهشتی،
Boosting accuracy of hidden Markov models in protein structure prediction by categorizing amino acids solvent accessibility.

وحید رضایی‌تبار*، دانشگاه علوم اقتصادی و پژوهشگاه؛ **حمید پزشک**، پژوهشگاه و دانشگاه تهران،
Generalized Viterbi algorithm based on spatial statistics.

کارگاه آشنایی با زیست‌شناسی سامانه‌ای

این کارگاه با همکاری بخش شبکهٔ پزشکی مولکولی کشور در انستیتو پاستور ایران در روزهای ۱۸ تا ۲۲ خرداد ماه ۱۳۹۳ برگزار شد. به علت استقبال فراوان از این کارگاه، سری دوم آن به طور مفصل‌تر در روزهای ۱۳ الی ۱۵ مرداد ۱۳۹۳ تکرار شد.

شرکت‌کنندگان در این کارگاه ۵۰ نفر از اعضای هیئت علمی دانشگاه‌ها و مؤسسات پژوهشی کشور در رشته‌های مختلف علوم زیستی و پزشکی، و دانشجویان تحصیلات تکمیلی در رشته‌های مختلف علوم زیستی و پزشکی بودند.

از اهداف کلی این کارگاه می‌توان به آشنایی با مفاهیم اولیهٔ شبکه‌های زیستی و کاربردهای آنها همراه با کار عملی با نرم‌افزارهای مربوطه اشاره کرد و مباحث آن طوری برنامه‌ریزی شده بود که شرکت‌کنندگان با انواع شبکه‌های زیستی از جمله شبکه‌های اندرکنش پروتئینی، تنظیم بیان ژن و شبکه‌های متابولیکی و همچنین با مفاهیم هستی‌شناسی ژنی و آنالیز غنی‌سازی ژنی آشنا شوند و در نحوهٔ استخراج و تحلیل مقدماتی آنها مهارت یابند.

سخنرانی‌ها

مهدی صادقی، پژوهشگاه و پژوهشگاه ملی مهندسی ژنتیک و زیست‌فناوری، آشنایی با زیست‌شناسی سامانه‌ای.

حمید پزشک، پژوهشگاه و دانشگاه تهران، مفاهیم آماری مرتبط با آنالیز غنی‌سازی ژنی.

چنگیز اصلاحچی، پژوهشگاه و دانشگاه شهید بهشتی، انواع شبکه‌های تصادفی.

مهدی میرزایی، دانشگاه تربیت مدرس و پژوهشگاه، معرفی نظریهٔ گراف، هستی‌شناسی ژنی.

سیدامیر مرعشی، دانشگاه تهران و پژوهشگاه، شبکه‌های متابولیکی.

محی‌الدین جعفری، انستیتو پاستور ایران و پژوهشگاه، آشنایی با نرم‌افزار *Cytoscape*، شبکه‌های اندرکنش پروتئینی، کار با نرم‌افزار *Cytoscape* و آنالیز عمومی شبکه‌های زیستی (عملی)، معرفی و کار با نرم‌افزارهای مرتبط با آنالیز غنی‌سازی ژنی (*DAVID* و *Enrichr*).

علی شریفی زارچی، مؤسسهٔ رویان، شبکه‌های تنظیم بیان ژن.

صادق عظیم‌زاده، دانشگاه علوم پزشکی بقیةالله، معرفی و کار با *plugin*های نرم‌افزار *Cytoscape* مرتبط با آنالیز غنی‌سازی ژنی (*BinGO* و *ClueGo*).

پژوهشکدهٔ علوم شناختی

• سمینار هفتگی

سینا تفضلی، مدرسهٔ بین‌المللی مطالعات پیشرفته (SISSA)، ایتالیا،
Behavioral and neuronal substrates of invariant object recognition in rats.

صمد احمدی، دانشگاه دِ مونت‌فورت، انگلستان،
From representation to modelling, optimisation and assisted living.

محمدرضا نصیری آوانکی، دانشگاه ایالتی در وین، آمریکا،
Resting-state functional connectivity imaging of the mouse brain using photoacoustic tomography.

سیده مریم حسن‌تاش، پژوهشگاه،
Are colors exactly the ones which they seem?

وجیهه صفری، پژوهشگاه،
The glia cells: Not just infrastructure.

نتیجهٔ نهایی پذیرش دورهٔ دکتری علوم اعصاب شناختی

در فرایند پذیرش دورهٔ دکتری علوم اعصاب شناختیِ پژوهشکده که مراحل آن از اردیبهشت ماه سال جاری آغاز شده بود، متقاضیانی که در آزمون کتبی و مصاحبه‌های متعدد امتیاز بیشتری کسب کرده بودند، انتخاب شدند. ۶ نفر از برگزیدگان از طریق سازمان سنجش و ۲ نفر از آنها از طریق آیین‌نامه استعدادهای درخشان به دورهٔ دکتری علوم اعصاب‌شناختی در نیمسال اول سال تحصیلی ۹۴ـ۹۳ راه یافتند.

پژوهشکدهٔ علوم کامپیوتر

• کارگاه دو روزهٔ برنامه‌نویسی پردازنده‌های چندهسته‌ای

کارگاه برنامه‌نویسی پردازنده‌های چندهسته‌ای با هدف ارتقای دانش برنامه‌نویسی موازی در دانشگاه‌ها و صنایع در روزهای ۱۵ و ۱۶ مرداد ماه ۹۳ در آمفی‌تأتر ساختمان فرمانیهٔ پژوهشگاه برگزار شد. برگزاری این کارگاه از جمله برنامه‌های مرکز پردازش سریع پژوهشگاه بود و دانشجویانی در مقاطع مختلف از کارشناسی تا دکتری و همچنین کارشناسان و مهندسان شاغل در صنعت و سازمان‌های مرتبط در آن شرکت داشتند. متقاضیان شرکت در این برنامه ۹۱ نفر بودند که به علت محدودیت جا حدود ۵۰ نفر از آنها برای حضور در کارگاه برگزیده شدند. توزیع شرکت‌کنندگان برحسب مدرک تحصیلی به قرار زیر بود:

مدرک	تعداد
دانشجوی کارشناسی	۸
دانشجوی کارشناسی ارشد	۱۸
دانشجوی دکتری	۱۲
کارشناس ارشد	۱۲

در هر یک از روزهای کارگاه نخست مطالبی نظری مطرح شد و در انتهای روز، شرکت‌کنندگان نکات تدریس‌شده را به صورت عملی آزمایش کردند. مباحث روز اول حول برنامه‌نویسی پردازنده‌های مرکزی چندهسته‌ای و مباحث روز دوم حول برنامه‌نویسی پردازنده‌های گرافیکی بود. کارگاه با تشریح مطالب مقدماتی آغاز و با برنامه‌ریزی دقیق و منسجم، به مطالب پیچیده‌تر و تخصصی‌تر کشیده شد و با ارائهٔ مطالب عملی، حالت کاربردی‌تری به خود گرفت.

مباحث ارائه‌شده

معماری پردازنده‌های چندهسته‌ای
مدرس: **فرشاد خون‌جوش**، فارغ‌التحصیل دکتری از دانشگاه ویکتوریا، کانادا

معماری و مدل برنامه‌نویسی OpenMP
مدرس: **پانته‌آ زردشتی**، فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد از دانشگاه شیراز

برنامه‌نویسی عملی OpenMP
مدرس: **آرمین احمدزاده**، دانشجوی دکتری دانشگاه صنعتی شریف

معماری و مدل برنامه‌نویسی GPUها
مدرس: **محسن محمودی ازناوه**، فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد از دانشگاه صنعتی شریف

برنامه‌نویسی عملی CUDA
مدرس: **محسن گواهی**، فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد از دانشگاه صنعتی شریف

معماری و مدل برنامه‌نویسی OpenCL
مدرس: **رضا میرزایی**، فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد از دانشگاه آزاد قزوین

برنامه‌نویسی عملی با OpenCL
مدرس: **علیرضا مجیدی**، فارغ‌التحصیل کارشناسی از دانشگاه تهران

دبیر کارگاه

سعید گرگین، فارغ‌التحصیل دکتری مهندسی کامپیوتر از دانشگاه شهید بهشتی

علاقه‌مندان می‌توانند برای دریافت مطالب ارائه شده در این کارگاه در قالب PDF به وبگاه زیر مراجعه کنند:
http://cs.ipm.ac.ir/tdwcc2014

پژوهشکدهٔ فلسفهٔ تحلیلی

• برگزاری مدرسهٔ تابستانی

پژوهشکدهٔ فلسفهٔ تحلیلی در شهریور ماه امسال سومین مدرسهٔ تابستانی فلسفهٔ تحلیلی را با عنوان **مباحثی در فلسفهٔ تحلیلی دین** برگزار کرد. در این مدرسهٔ تابستانی که سه روز به طول انجامید، برخی از اعضای هیئت علمی و دانشجویان دکتری پژوهشکده، به همراه استادانی از دیگر دانشگاه‌ها، مباحث متنوعی را دربارهٔ فلسفهٔ معاصر دین مطرح کردند. عناوین درس‌های ارائه‌شده به این شرح است:

حمید وحید دستجردی، پژوهشگاه،

- معرفت‌شناسی باورهای دینی.
- معرفت‌شناسی گواهی دینی.

محمود مروارید، پژوهشگاه،

- نگاهی به برخی از برهان‌های صدیقین.
- مسئلهٔ شر و خداباوری شکاکانه.

امیر صائمی، پژوهشگاه،

- برهان‌های اخلاقی برای خداوند.
- اخلاق توماسی.
- نظریهٔ امر الهی.

ابراهیم آزادگان، دانشگاه صنعتی شریف،
پلانتینگا و طبیعت‌گرایی.

سید علی طالقانی، مرکز تخصصی آخوند خراسانی و پژوهشگاه،
معاد و مسئلهٔ اینهمانی شخصی.

محمدعلی مبینی، پژوهشگاه علوم و فرهنگ اسلامی،
مسئلهٔ شر در قرآن.

امید کریم‌زاده، پژوهشگاه و دانشگاه شهید بهشتی،
معرفت‌شناسی اختلاف در باورهای دینی.

محمدصالح زارع‌پور، دانشگاه تربیت مدرس،
مسئلهٔ علم پیشین الهی.

گفتنی است که در دو سال گذشته نیز پژوهشکده دو مدرسهٔ تابستانی با عناوین نام، **معنا، ضرورت: مباحثی در فلسفهٔ کریپکی** و **مباحثی در متافیزیک تحلیلی** برگزار کرد، و براساس برنامه‌های پژوهشکده، برگزاری چنین مدرسه‌هایی در سال‌های آینده نیز ادامه خواهد داشت.

• فعالیت‌های مهم پژوهشی

طرح‌های در حال اجرا و مجریان آنها

حمید وحید، پژوهشگاه،
شکاکیت ماقبل تجربی و امکان خطا.

امیر صائمی، پژوهشگاه،
رابطهٔ میان دلیل و عقلانیت.

سیدنصراله موسویان، پژوهشگاه،
سهروردی و عقل‌گرایی.

محمود مروارید، پژوهشگاه،
درون‌گرایی و برون‌گرایی در معرفت‌شناسی و فلسفهٔ ذهن.

محسن زمانی، پژوهشگاه،
آیا صادق‌سازی بر روی ترکیب فصلی پخش می‌شود؟

ساجد طیبی، پژوهشگاه،
پرونده‌های ذهنی و قیود حاکم بر اندیشه‌های مفرد.

هاشم مروارید، پژوهشگاه،
ذاتی و ضروری.

پژوهشکدهٔ فیزیک

• سمینار فیزیک مادهٔ چگال

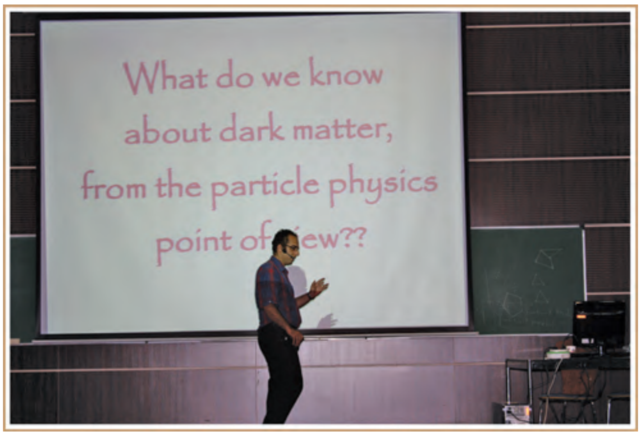
بهمن روستایی، دانشگاه ایندیانا، آمریکا و پژوهشگاه،

- *Textures in quantum hall systems, past and new developments (I, II).*
- *Interaction driven capacitance of dipole crystals in double mono-layer graphene in strong magnetic fields.*

کاظم عزیزی، دانشگاه Dogus، ترکیه،
QCD sum rule and its application to hadron physics in vaccum and medium with finite temerature and density.

گائو شیان‌لانگ، دانشگاه Zhejiang Normal، چین،
Three-component topological superfluid in one-dimensional Fermi gases with spin-orbit coupling.

فریبرز پرهیزگار، پژوهشگاه،



مدرسه و کارگاه فیزیک ذرات

Unconventional proximity induced superconductivity in bilayer systems.

رضا عسگری، پژوهشگاه،
Quantum capacitance of graphene systems.

فاخته قنبرنژاد، مؤسسهٔ ماکس پلانک برای فیزیک سیستم‌های پیچیده، آلمان،
Phase transitions in cooperative coinfections: Simulation results for networks and lattices.

سیدمجید محسنی، دانشگاه شهید بهشتی،
Magnetic droplet soliton: Nucleation, different modes, collapse and annihilation.

نگار اشعری آستانی، اکول پلی‌تکنیک فدرال لوزان، سوئیس،
Atomistic simulation of Gratzel solar cells.

عبدالله لنگری، پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی شریف،
Transverse-field Ising model on the checkerboard lattice: A plaquette operator approach.

• سمینار انرژی‌های بالا

زهرا حقانی، دانشگاه دامغان،
Further matters in space-time geometry.

علی‌اکبر ابوالحسنی، پژوهشگاه،
Asymmetric sky from the long mode modulations.

روح‌اله محمدی، پژوهشگاه،

Circular polarization from linearly-polarized-laser-beam collisions.

آبیشک چادهوری، مؤسسهٔ تحقیقاتی هاریش چندرا، هند، و پژوهشگاه،

BPS state couning in N=8 supersymmetric string theory for pure d-brane configurations.

کمال حاجیان، پژوهشگاه و دانشگاه صنعتی شریف،

"Near horizon external geometry" pertubations.

علی ملاباشی، پژوهشگاه،

Entanglement entropy between two interacting QFTs.

مهدیار نوربالا، پژوهشگاه و دانشگاه تهران،

On the second law of thermodynamics: The significance of coarse-graining and the role of decoherence.

یاسمن فرزان، پژوهشگاه،

News from invisibles 2014.

امجد عشوریون، دانشگاه لنکستر، بریتانیا،

Reconciliation of Planck and BICEP experiments with large field models with excited initial states.

حسین رمضانی اول، دانشگاه تهران،

Relativity in rotating frames.

مجتبی محمدی نجف‌آبادی، پژوهشگاه،

Flavor-changing neutral current as a probe of physics beyond the SM.

پانید پیکاری، مؤسسهٔ اختر فیزیک، فرانسه،

Sparsely sampling the sky: A Bayesian experimental design approach.

محمد نوری زنور، دانشگاه تهران،

Dark energy or cosmological constant: Why there are different de Sitter-type spacetimes?

محمدرضا محمدی مظفر، پژوهشگاه،

Evolution of holographic n-partite information.

سعیده صادقیان، پژوهشگاه و دانشگاه الزهرا،

On classification of geometries with SO(2,2) symmetry.

- سمینار عمومی

پویا بختی، پژوهشگاه،

Development of cold cathode ion source.

فیروز آرش، دانشگاه تفرش،

Spin composition of nucleon.

حسین استکی، پژوهشگاه،

Evolution of brain and emergence of cognition.

- مدرسه و کارگاه فیزیک ذرات در زمینهٔ عدم تقارن عدد باریونی و مادهٔ تاریک

این مدرسه در روز ۳۰ شهریور به همت پژوهشکدهٔ فیزیک در محل سالن آمفی تئاتر ساختمان فرمانیه برگزار شد و برگزارکنندهٔ آن دکتر یاسمن فرزان از پژوهشکدهٔ فیزیک بود. در این همایش ۳۱ نفر شرکت کردند و در مجموع ۵ سخنرانی ارائه شد. این رویداد فرصت مناسبی برای تبادل آرا و آشنایی با آخرین نتایج در زمینهٔ عدم تقارن عدد باریونی و مادهٔ تاریک و نیز شکل‌گیری طرح‌های جدید برای کار پژوهشی بود.

برای اطلاع بیشتر و دسترسی به اسلایدها و فایل صوتی برنامه مراجعه کنید به:

`http://physics.ipm.ac.ir/conferences/ipp14/index.jsp`

سخنرانی‌ها

الکساندر کارتاوتسو، مؤسسهٔ ماکس پلانک مونیخ، آلمان،

- *Lecture on leptogenesis.*
- *Baryon asymmetry of the universe from experimental and theoretical prospects.*

نسیم بزرگ‌نیا، دانشگاه استکهلم،

Dark matter direct detection with anisotropic halo models.

یاسمن فرزان، پژوهشگاه،

Dark atoms as a solution for the mystery of 3.5keV line from galaxy clusters.

امین رضایی اکبریه، پژوهشگاه،

Vector dark matter as a solution for the mystery of 3.5keV line from galaxy clusters.

پژوهشکدهٔ علوم نانو

این پژوهشکده گزارشی از فعالیت‌های خود در بهار ۹۳ در اختیار نشریهٔ اخبار نگذاشته است.

پژوهشکدهٔ نجوم

• سمینار هفتگی

علیرضا ملائی‌نژاد، پژوهشگاه،

AF2/WYFFOS: A wide field, multi-objects, fiber spectrograph.

سیامک دهقان، دانشگاه ویکتوریا، ولینگتون، آمریکا،

Extended extragalactic radio sources in galaxy groups and cluster.

آیرین شیوایی، دانشگاه کالیفرنیا، ریورساید، آمریکا،

Investigating Hα, UV, and IR star-formation rate diagnostics for a large.

پانیذ پیکاری، مؤسسهٔ کیهان‌شناسی فرانسه، فرانسه،

Sparsely sampling the sky: A Bayesian experimental design approach.

محدثه عظیم‌لو، دانشگاه تورنتو، کانادا،

The arches cluster out to its tidal radius: Dynamical mass segregation and the effect of the extinction law on the stellar mass.

نشست صوفی: کیهان‌شناسی نیوتن و نقش ستاره‌های دنباله‌دار در پایداری منظومهٔ شمسی

اولین جلسه از سلسله‌جلسات نشست صوفی در ۲۲ تیر ماه در سالن کنفرانس ساختمان فرمانیه برگزار شد. در این جلسه که با حضور حدوداً ۱۵۰ نفر از علاقه‌مندان از استان‌های مختلف برگزار شد، دکتر توفیق حیدرزاده استاد دانشگاه کالیفرنیا در ریورساید سخنرانی جذابی با عنوان «کیهان‌شناسی نیوتن و نقش ستاره‌های دنباله‌دار در پایداری منظومهٔ شمسی» ایراد کرد. بخشی از شرکت‌کنندگان این جلسه محققان حوزهٔ تاریخ علم بودند.

کارگاه شناخت کهکشان‌ها

آنچه ما را به شناخت عالم رهنمون خواهد کرد، شناخت سلول‌های تشکیل‌دهندهٔ آن یعنی کهکشان‌هاست که خود نیز از اجزای مختلف با ویژگی‌های متفاوت ساخته شده‌اند. با بررسی این اجزاء و ویژگی‌های جزئی و کلی کهکشان‌ها درک ما از ساختار آنها و در نتیجه از پیدایش ساختارها و تحولات عالم وسیع‌تر و واقعی‌تر خواهد شد. پژوهشکدهٔ نجوم کارگاه آموزشی یک‌روزه‌ای در این زمینه با عنوان **شناخت کهکشان‌ها** در روز ۲۰ شهریور در سالن سمینار ساختمان فرمانیه برگزارکرد. در این کارگاه یک‌روزه، موضوعاتی همچون ساختار کهکشان‌ها، ستاره‌زایی، هسته‌های کهکشانی فعال، سیستم‌های کهکشانی، کهکشان های اولیه و پیدایش و تحولشان، شبیه‌سازی کهکشان‌ها و مساحی‌های بزرگ کهکشانی معرفی شدند. تعداد شرکت‌کنندگان در این کارگاه حدود ۱۰۰ نفر بود و در پایان، با برگزاری مسابقه و طرح پرسش‌های مختلف، به ۱۰ نفر از آنان جوایزی اهدا شد.

طرح چشمهٔ نور ایران

• نشست کمیتهٔ مشورتی بین‌المللی مرکز شتابگر ترکیه و کارگاه مشترک ترکیه و آلمان دربارهٔ شتابگرهای ذرات و چشمه‌های نور

مرکز شتابگر ترکیه (TAC) از همکاری چند دانشگاه تحت مدیریت دانشگاه آنکارا شکل گرفته است. هدف اصلی این مرکز، طراحی و ساخت شتابگرهای مرکز شتابگر ترکیه و به‌کاربردن این شتابگرها در صنعت و پژوهش‌های علمی است. جواد رحیقی، مدیر طرح چشمهٔ نور ایران، در ششمین گردهمایی کمیتهٔ مشورتی بین‌المللی مرکز شتابگر ترکیه (TAC-ISAC) که در روزهای ۱۶ و ۱۷ تیر در استانبول برگزار شد شرکت داشت و به‌دنبال آن در کارگاه مشترک آلمان و ترکیه دربارهٔ شتابگرها و چشمه‌های نور که در روزهای ۱۸ و ۱۹ تیر در استانبول برپا شد گزارشی دربارهٔ پیشرفت طرح چشمهٔ نور ایران ارائه کرد.

• مدرسهٔ تابستانی آشنایی با روش‌های تصویربرداری با تابش سنکروترون در دانشگاه ساسکاچوان کانادا

احسان سلیمی از گروه علمی طرح چشمهٔ نور ایران در مدرسهٔ تابستانی آشنایی با روش‌های تصویربرداری با استفاده از تابش سنکروترون و همچنین دورهٔ آموزشی خط باریکهٔ پزشکی چشمهٔ نور کانادا شرکت کرد. مدرسهٔ تابستانی از ۲۹ تیر تا ۵ مرداد ۱۳۹۳ در محل چشمهٔ نور کانادا و در دانشگاه ساسکاچوان شهر ساسکاتون کانادا برگزار شد. در این مدرسه ضمن ارائهٔ انواع روش‌های تصویربرداری با استفاده از تابش سنکروترون (KES، DEI، CT)، روش های داده‌گیری، پردازش و بازسازی تصویر ارائه شد.

همچنین در بخشی جداگانه آزمایش‌های مختلف در خط باریکهٔ پزشکی چشمهٔ نور کانادا (BMIT) به صورت عملی آموزش داده شد. ارائهٔ پوستر، نحوهٔ نگارش آزمایش‌های پیشنهادی، آموزش روش‌های آماده‌کردن نمونه‌ها، ملاحظات ایمنی در هنگام انجام آزمایش از دیگر مباحث این مدرسه بود. احسان سلیمی پوستری با عنوان«خط باریکهٔ پزشکی چشمهٔ نور ایران» ارائه کرد. هدف دورهٔ سه هفته‌ای خط باریکهٔ پزشکی چشمهٔ نور کانادا (۵ تا ۲۳ مرداد) بهینه‌کردن طراحی قطعات اپتیکی و ساخت حفاظ‌های خط باریکهٔ پزشکی چشمهٔ نور ایران، آشنایی با ابزارگذاری در خط باریکه، آشنایی با آشکارگرهای خط باریکه، آشنایی با زمینه‌های متفاوت تحقیقاتی در خط باریکهٔ تصویر برداری (پزشکی، دامپزشکی، کشاورزی، باستان‌شناسی، و غیره) و فناوری و طراحی‌های لازم برای اختصاص یک خط باریکه به پرتودرمانی، بهینه‌کردن طراحی حفاظ شتابگر خطی و حلقه‌ای افزایندهٔ انرژی و حلقهٔ انبارش چشمهٔ نور ایران و بررسی کاربردهای تابش سنکروترون در محیط زیست و امکان انجام چنین آزمایش‌هایی در چشمهٔ نور ایران بود.

• بازدید از مرکز ملی تحقیقات تابش سنکروترون تایوان و آزمایشگاه شتابگر پوهانگ در کرهٔ جنوبی

رحمان اقبالی مدیر مهندسی و ساخت طرح چشمهٔ نور ایران در روزهای ۲۰ تا ۲۴ مرداد ۱۳۹۳ از مرکز ملی تحقیقات تابش سنکروترون (NSRRC: National Synchrotron RadiationResearch Center) در شهر دانشگاهی سینچو تایوان بازدید کرد. مرکز ملی تحقیقات تابش سنکروترون تایوان دو سنکروترون دارد. سنکروترون قدیمی‌تر به‌نام چشمهٔ نور تایوان (TLS: Taiwan Light Source) نخستین شتابگر نسل سوم قارهٔ آسیاست که از سال ۱۹۹۳ تاکنون از آن بهره‌برداری می‌شود. چشمهٔ فوتون تایوان (TPS: Taiwan Photon Source) سنکروترونی ۳ گیگاالکترون‌ولتی و یکی از درخشان‌ترین چشمه‌های نور دنیاست که نیاز کاربران به پرتو درخشان x با گسیلندگی بسیار کم را پاسخ می‌دهد. در مجموعهٔ آزمایشگاهی که در کنار این سنکروترون به‌راه خواهد افتاد انجام پیشرفته‌ترین آزمایش‌ها در زمینه‌های ژنومیک، زیست‌شناسی و نانوفناوری امکان‌پذیر خواهد بود. پس از گذشت حدود ده سال مراحل طراحی و ساخت این سنکروترون در مراحل پایانی نصب تجهیزات و راه‌اندازی است.

رحمان اقبالی پس از آن برای بازدید از آزمایشگاه شتابگر پوهانگ (PAL: Pohang Accelerator Laboratory) در روزهای ۲۷ تا ۳۰ مرداد به کرهٔ جنوبی رفت. چشمهٔ نور پوهانگ (PLS)، تنها شتابگر نسل سوم کرهٔ جنوبی، در پردیس بزرگ دانشگاه علم و فناوری شهر بندری پوهانگ واقع شده است. بهره‌برداری از این شتابگر از سال ۱۹۹۵ آغاز شد و پس از پانزده سال بهره‌برداری در سال ۲۰۱۰ به‌طور موقت تعطیل شد تا برنامهٔ ارتقای آن که از سال ۲۰۰۸ در دست بررسی و طراحی بود به‌اجرا گذاشته شود. شتابگر ارتقایافته با عنوان PLSII از سال ۲۰۱۲ شروع به کار کرده است. ساخت‌وساز برای پروژهٔ لیزر پرتو x الکترون آزاد (XFEL) که از نوع نسل

تصویر هوایی از NSRRC و سنکروترون تازه‌تأسیس TPS.

چهارم چشمه‌های نور در همان پردیس در حال اجراست و مسؤلان امیدوارند بر اساس برنامه‌ریزی‌های انجام‌شده بهره‌برداری از آن در سال ۲۰۱۵ آغاز شود.

در این بازدیدها علاوه بر بررسی آرایش ساختمان‌ها و محوطه‌های این مجتمع‌های آزمایشگاهی، به‌دلیل خاموش‌بودن شتابگرها به‌منظور انجام تعمیرات فصلی و دوره‌ای، امکان بازدید از داخل تونل حلقهٔ انبارش شتابگرها نیز فراهم شد. همچنین در فاصلهٔ آماده‌کردن آزمایش‌های راه‌اندازی حلقهٔ تزریقگر TPS از تونل مشترک تزریقگر و حلقهٔ انبارش این پروژهٔ جدید در حال راه‌اندازی در NSRRC و از ساختمان در حال احداث پروژهٔ لیزر الکترون آزاد (XFEL) در مجموعهٔ PAL کره جنوبی نیز بازدید شد.

• بازدید هلموت ویدمن از طرح چشمهٔ نور ایران

هلموت ویدمن، استاد بازنشستهٔ دانشگاه استنفورد آمریکا و مشاور طرح چشمهٔ نور ایران از ۲۶ مرداد تا ۱۹ شهریور ۹۳ در پردیس لارک حضور داشت و جلسات متعددی با گروه‌های فنی طرح شامل گروه‌های دینامیک باریکه، بسامد رادیویی، مکانیک، منبع تغذیه، و خطوط باریکهٔ طرح چشمهٔ نور ایران برگزار کرد.

• سخنرانی در دانشگاه آزاد اسلامی قزوین

محمد لامعی رشتی و جواد رحیقی در ۱۶ شهریور در نشستی که در دانشگاه آزاد اسلامی قزوین با حضور معاون پژوهشی دانشگاه و مدیر ارتباط با صنعت، مدیران مراکز رشد، معاونان پژوهشی دانشکده‌های فنی و مهندسی و مدیران عامل شرکت‌های وابسته به مراکز رشد برگزار شد طرح چشمهٔ نور ایران را معرفی کردند و دربارهٔ پروژه‌های در دست اجرا، چشم‌انداز آیندهٔ طرح، و شرایط همکاری و سرمایه‌گذاری شرکت های داوطلب سخنرانی کردند و به سؤالات حاضرین پاسخ گفتند.

برندگان جوایز کنگرهٔ بین المللی ریاضیدانان

(سئول، تابستان ۲۰۱۴)

در کنگرهٔ بین‌المللی ریاضیدانان که هر چهار سال یک بار در نقطه‌ای از جهان برگزار می‌شود چند نوع جایزه به ریاضیدانان برجسته اهدا می‌شود. در اینجا به اختصار با برندگان این جوایز در کنگرهٔ امسال آشنا می‌شویم.

مدال فیلدز

این مدال که پرآوازه‌ترین جایزهٔ ریاضی است هر بار به ۲ تا ۴ ریاضیدان برجستهٔ زیر ۴۰ سال داده می شود و امسال به افراد زیر تعلق گرفت.

آرتور اویلا
(Artur Avila)
از مرکز ملی تحقیقات علمی (CNRS) فرانسه، و ایمپا در برزیل
«به خاطر اکتشافات عمیق در نظریهٔ سیستم‌های دینامیکی با استفاده از ایدهٔ نیرومند بازبهنجارش، که چهرهٔ این مبحث را دگرگون ساخته است.»

مانجول بهارگاوا
(Manjul Bhargava)
از دانشگاه پرینستون آمریکا
«به‌خاطر ابداع روش‌های نیرومند جدید در هندسهٔ اعداد و کاربرد آنها در شمارش حلقه‌های با رتبهٔ کوچک و کراندارکردن رتبهٔ متوسط خم‌های بیضوی.»

مارتین هایرر
(Martin Hairer)
از دانشگاه وارویک در بریتانیا
«به خاطر دستاوردهای برجسته در نظریهٔ معادلات دیفرانسیل جزئی تصادفی و به خصوص، ابداع نظریه‌ای در باب ساختارهای نظم در این گونه معادلات.»

مریم میرزاخانی
از دانشگاه استانفورد آمریکا
«به خاطر کشفیات مهم در دینامیک و هندسهٔ رویه‌های ریمان و فضاهای پرمایش آنها.»

جایزهٔ کارل فریدریش گاوس

این جایزه به دستاوردهای برجستهٔ ریاضی که کاربردهای مهمی در خارج از ریاضیات داشته باشند تعلق می‌گیرد. امسال، **استانلی اُشر** (Stanley Osher) از دانشگاه کالیفرنیای آمریکا «به خاطر تحقیقات تأثیرگذارش در چندین مبحث ریاضیات کاربردی، که ابزارهای تازه‌ای برای شناخت جهان در اختیار ما گذاشته است». به این جایزه دست یافت.

جایزهٔ لیلاواتی (Leelavati)

این جایزه به کسانی داده می‌شود که سهم شایانی در ترویج علاقه به ریاضیات در بین عموم داشته باشند و امسال به **آدریان پینزا** (Adrian Paenza) از دانشگاه بوئنوس آیرس در آرژانتین تعلق گرفت که با نوشتن کتاب و تهیهٔ برنامه‌های تلویزیونی نقش مؤثری در این جهت داشته است.

جایزهٔ رالف نوانلینا (Rolf Nevanlinna)

این جایزه به تحقیقات مهم در جنبه‌های نظری علوم اطلاعات و رایانه اختصاص دارد و در کنگرهٔ ۲۰۱۴ به سوبهاش خوت (Subhash Khot) از دانشگاه نیویورک آمریکا اهدا شد. دلیل اعطای جایزه، «پیشگامی در تعریف مسئلهٔ بازی‌های منحصربه‌فرد، و سپس تلاش برای شناخت پیچیدگی و نقش اساسی آن در مطالعهٔ مسائل بهینه‌سازی و کشف روابط مهیج بین پیچیدگی محاسبه، آنالیز، و هندسه» اعلام شده است.

مدال چرن (Chern)

این مدال به ریاضیدانانی که دستاوردهایی در بالاترین سطح داشته باشند بدون شرط سنی داده می‌شود. جایزهٔ امسال به **فیلیپ گریفیث** (Phillip Griffiths) از انستیتوی مطالعات پیشرفته در آمریکا «به خاطر ابداع روش‌های انقلابی و بدیع در هندسهٔ مختلط به خصوص دستاورد ماندگارش در نظریهٔ هاج و دوره‌های تناوب واریته‌های جبری» اهدا شد.

INSTITUTE FOR RESEARCH IN FUNDAMENTAL SCIENCES

P.O.Box: 19395-5746, Tehran, IRAN
Phone: (+98 21) 22287013, 4
Fax: (+98 21) 22828755
E-mail: ipmic@ipm.ir
www.ipm.ac.ir

Vol. 21, Summer 2014

در این شماره:

اخبار، نشریهٔ خبری پژوهشگاه دانش‌های بنیادی،
در پایان هر فصل منتشر می‌شود. آراءِ مندرج
در اخبار (مگر در موردِ سرمقاله) لزوماً مبیّن
نظرِ رسمیِ پژوهشگاه نیست. نقلِ مطالب
بدون ذکرِ مأخذ ممنوع است.

نشانی: مرکز اطلاع‌رسانی
پژوهشگاه دانش‌های بنیادی
(مرکزِ تحقیقاتِ فیزیکِ نظری و ریاضیات)
تهران ـ میدانِ شهید باهنر.
صندوقِ پستی ۵۷۴۶ـ۱۹۳۹۵
تلفن: ۲۲۲۸۷۰۱۳،۴

صاحبِ امتیاز: پژوهشگاه دانش‌های بنیادی
(مرکزِ تحقیقاتِ فیزیکِ نظری و ریاضیات)

مدیرِ مسؤول: غلامرضا خسروشاهی

ویراستار: سیامک کاظمی

طرحِ روی جلد: بهرام داوری

حروفچینی و صفحه‌آرایی: TEX-پارسی
شهلا تقوی و
سیده فاطمه ولائی

همکارِ فنی: سازمان چاپ و انتشارات
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی